EXPERIMENTELLA UNDERSÖKNINGAR ÖVER
LJUDETS REFLEXION

AKADEMISK AVHANDLING

AV

ALBERT BJÖRKESON

UPPSALA 1922
ALMQVIST & WIKSELLS BOKTRYCKERI-A.-B.

EXPERIMENTELLA UNDERSÖKNINGAR

ÖVER

LJUDETS REFLEXION

AKADEMISK AVHANDLING

SOM MED TILLSTÅND AV VITTBERÖMDA
FILOSOFISKA FAKULTETENS I UPPSALA
MATEMATISK-NATURVETENSKAPLIGA
SEKTION FÖR VINNANDE AV FILOSOFIE
DOKTORSGRAD TILL OFFENTLIG
GRANSKNING FRAMSTÄLLES Å FYSISKA
INSTITUTIONEN LÖRDAGEN DEN 7
OKTOBER 1922 KL. 10 F. M.

AV

ALBERT BJÖRKESON
FIL. LIC. AV SMÅLANDS NATION

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

UPPSALA 1922
ALMQVIST & WIKSELLS BOKTRYCKERI-A.-B.

Ur: Uppsala Universitets Årsskrift 1922

FÖRORD.

Föreliggande experimentella undersökning över ljudets reflexion är utförd vid Upsala Universitets Fysiska Institution.

Till min avlidne, högt värderade lärare, Professor G. Granqvist, som till följd av sin hastiga bortgång endast fick se detta arbete i manuskript och dess första hälft i korrektur, står jag i stor tacksamhetsskuld, såväl för att han anvisat mig ett intressant och givande forskningsområde och med värdefulla råd och upplysningar underlättat mitt arbete som ock för den utbildning i experimentell fysik, jag under hans ledning erhållit. Särskilt tänker jag därvid på den fleråriga tid, jag fick tjänstgöra som amanuens vid förberedandet och utförandet av experimenten vid hans föreläsningar. Under denna tid erhöll jag en god övning i att, när så erfordrades, förfärdiga och sammanställa nya apparater, vilket varit till särskilt stor nytta vid utförandet av en undersökning sådan som denna, där nästan alla apparater måste nykonstrueras.

Slutligen vill jag även hjärtligt tacka Herr Docent H. Faxén för de värdefulla upplysningar och råd han såsom teoretisk fysiker givit mig vid omarbetandet av Lord Rayleigh's teori för ljudets reflexion mot en perforerad vägg.

Upsala i september 1922.

ALBERT BJÖRKESON.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41523715_0031

INLEDNING.

Experimentella undersökningar över ljudets reflexion hava alltid erbjudit stora svårigheter, emedan det rör sig om så långa vågor, att man endast genom ovanligt stora dimensioner på apparaterna eller genom särskilda konstgrepp kan uppnå ett gott resultat. Dessutom har det alltid visat sig svårt att åstadkomma en ljudkälla, som alstrar en ren, konstant, kraftig ton, och man torde knappast kunna säga, att vi ännu äga en känslig och fullt tillförlitlig apparat för mätning av ljudets amplitud eller intensitet. Härtill kommer svårigheten att isolera mätapparaten från andra ljudvågor än dem, man för tillfället studerar.

Redan tidigt hade man lyckats konstatera, att vid sned incidens reflexionslagen gäller, åtminstone approximativt; men kvantitativa undersökningar över reflexionen, d. v. s. bestämningen av en kropps reflexionsförmåga för ljudvågor, visade sig vara mycket svåra att utföra.

Om en ljudvåg infaller från luft mot en kropp, uppdelas den infallande energin i tre delar: en del reflekteras, en del absorberas av kroppen, och en del går igenom densamma. Vi antaga i det följande alltid, då ej annat påpekas, att gränsytan mellan luften och kroppen är plan, och att vågen infaller vinkelrät mot gränsytan. Förhållandet mellan den reflekterade och den infallande vågens amplituder vilja vi kalla kroppens reflexionsförmåga α. Några författare förstå härmed förhållandet mellan de båda vågornas intensiteter.

Utgöres kroppen av ett homogent medium med oändlig utsträckning, så erhålla vi en reflekterad våg och en våg, som går vidare i andra mediet. Reflexionsförmågan beror då på mediets täthet och elastiska egenskaper.

Består kroppen däremot av ett planparallellt skikt, hava vi att skilja mellan två fall. Vi tänka oss först, att inga trans-

versella svängningar hos skiktet förekomma, d. v. s. att skiktet under ljudvågens fortplantning förblir fullkomligt plant. I sådant fall benämna vi skiktet en *vägg*. Vid första gränsytan uppdelas då vågen i två delar, en våg som reflekteras och en som går vidare i väggen. Denna senare del kommer att vid andra gränsytan åter delas upp i två delar, av vilka den ena går vidare och lämnar väggen, den andra reflekteras till första gränsytan, där åter en uppdelning äger rum, o. s. v. Den totala reflekterade vågen är sålunda sammansatt av en serie vågor: den som första gången reflekterades vid första gränsytan och de som efter reflexion vid andra gränsytan delvis gått igenom första gränsytan. På samma sätt kommer den genomgående vågen att utom den direkt genomgående innehålla en serie vågor, som efter varje reflexion gått igenom andra gränsytan. Under sin passage genom väggen kan vågen även dämpas genom dissipativa krafter och sålunda en absorption förekomma. Den därigenom absorberade energin är tydligen lika med skillnaden mellan den infallande vågens energi och summan av den reflekterade och den genomgående vågens energi. Reflexionsförmågan beror i detta fall förutom på ämnets täthet och elastiska egenskaper även på väggens tjocklek och de dissipativa krafterna — inre friktionen — hos ämnet.

Då skiktet, som utgör andra mediet, i praktiken ej har oändlig utsträckning i två dimensioner, uppkommer vanligen — om ej särskilda åtgärder vidtagas — transversella svängningar. Ett sådant skikt vilja vi i det följande benämna en *membran*, om dess böjningselasticitet kan försummas, i annat fall en *platta*. Förutom av de faktorer, som gjorde sig gällande vid en vägg, kommer här reflexionsförmågan att i hög grad vara beroende av membranens eller plattans egensvängningstal och den därmed sammanhängande mer eller mindre goda resonansen för det infallande ljudet.

Det ovan sagda gäller, om kroppen utgöres av ett homogent medium. Består den av ett poröst ämne, så förändras härigenom mycket de akustiska förhållandena. W. C. Sabine har undersökt akustiken i rum och funnit, att om väggarna beklädas med porösa ämnen, t. ex. filt, så förminskas efterljudet tack vare väggarnas minskade reflexionsförmåga. Tyndall påvisade, att porösa ämnen i många fall genomsläppa ljudet i oväntat hög grad. Å andra sidan synes ett mycket tjockt lager av t. ex. filt erbjuda

ett stort hinder för en ljudvåg. Då sålunda både den reflekterade och den genomgående ljudvågen hava förminskats, måste den i kroppen absorberade energin hava ökats. Verkan av de dissipativa krafterna — friktion och värmeledning — blir ju också mycket större, när den reflekterande kroppens yta är stor såsom vid en porös vägg. I porerna hindras luftens rörelse mera, och värme utbytet mellan väggen och luften blir livligare.

HISTORIK.

A. Teoretisk del.

Teoretiskt har problemet om ljudets reflexion och brytning vid den plana gränsytan mellan tvenne medier behandlats av Poisson[1], Green[2], Lord Rayleigh[3], Drude[4] och Couette[5]. De hava undersökt problemet såväl för vinkelrät som för sned incidens. Lord Rayleigh erhåller ur sina ekvationer dels reflexions- och brytningslagen, dels följande värden på amplituden för den reflekterade och brutna vågen a_r och a_d uttryckta i den infallande vågens amplitud a

$$a_r = \frac{\frac{\varrho_1}{\varrho} - \frac{\cot d}{\cot r}}{\frac{\varrho_1}{\varrho} + \frac{\cot d}{\cot r}}\, a, \qquad a_d = \frac{2}{\frac{\varrho_1}{\varrho} + \frac{\cot d}{\cot r}}\, a.$$

Här betyda ϱ och ϱ_1 de båda mediernas normala täthet, r och d resp. infalls- och brytningsvinklarna. Beteckna vi med V och V_1 ljudets hastighet i de båda medierna, blir för vinkelrät incidens

$$a_r = \frac{\frac{\varrho_1}{\varrho} - \frac{V}{V_1}}{\frac{\varrho_1}{\varrho} + \frac{V}{V_1}}\, a, \qquad a_d = \frac{2}{\frac{\varrho_1}{\varrho} + \frac{V}{V_1}}\, a.$$

Sätta vi

$$\frac{\varrho\, V}{\varrho_1\, V_1} = N,$$

[1] S. D. Poisson, Acad. d. Sc. Mém. Inst. *2*, 305. 1817.
[2] G. Green, Cambr. Phil. Trans. *4*, 403. 1838.
[3] Lord Rayleigh, Theory of sound *2*, 78. 1896.
[4] P. Drude, Ann. d. Phys. *41*, 759. 1890.
[5] M. Couette, Congr. Sc. d'Angers. 1895.

erhålles

$$a_r = \frac{1 - N}{1 + N}\, a, \quad a_d = \frac{\varrho}{\varrho_1}\,\frac{2}{1 + N}\, a.$$

Beteckningarna a_r och a äro då valda så, att amplituderna hava motsatta riktningar. Om $N < 1$, d. v. s. om reflexionen sker mot ett tätare medium, få vi sålunda en fasförlust på 180°.

Poisson, Green och Couette komma, ehuru delvis på andra vägar, till samma resultat som Lord Rayleigh.

Drude generaliserar Lord Rayleigh's teori och antar, att ett av medierna eller båda besitta inre friktion. Härvid är att märka, att endast mycket stor inre friktion, såsom hos fasta kroppar och tjockflytande vätskor, gör sig gällande. Vid vinkelrät incidens och då endast andra mediet har inre friktion finner Drude följande värden på den reflekterade och den brutna vågens amplituder

$$a_r = \frac{1 - N(1 - i\varkappa)}{1 + N(1 - i\varkappa)}\, a, \quad a_d = \frac{\varrho}{\varrho_1}\,\frac{2}{1 + N(1 - i\varkappa)}\, a,$$

där i är $\sqrt{-1}$ och $\varkappa$ betyder absorptionskoefficienten (på grund av inre friktionen) i andra mediet. Sättes i ovanstående formler $\varkappa = 0$, återfå vi Lord Rayleigh's formler. Om det reflekterande mediet besitter inre friktion, erhålles sålunda en extra fasdifferens — förutom den på 180° — mellan den reflekterade och den infallande vågen. Absoluta värdet på den reflekterade vågens amplitud blir

$$a_r = \sqrt{\frac{1 - 2N + N^2(1 + \varkappa^2)}{1 + 2N + N^2(1 + \varkappa^2)}}\, a,$$

och fasdifferensen φ bestämmes genom ekv.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2N\varkappa}{1 - N^2(1 + \varkappa^2)}.$$

Om första mediet är luft och andra mediet en fast kropp eller en vätska, är alltid ϱ_1 mycket större än ϱ och V_1 betydligt större än V. Detta gör, att N blir mycket litet och reflexionen nästan total.

Ljudets reflexion mot en vägg har behandlats teoretiskt av Lord Rayleigh.[1]

Vi antaga, att inre friktionen hos det medium, varav väggen består, kan försummas, och att vågen sålunda under sin passage genom väggen ej dämpas. Låt V och V_1 betyda ljudets hastighet i luften resp. väggen, λ och λ_1 våglängderna, ϱ och ϱ_1 tätheterna, n tonens svängningstal och l väggens tjocklek. Väljes väggens yta som yz-plan, och skrives den vinkelrät infallande vågens hastighetspotential

$$\Phi = a \cos 2\pi \left(n t - \frac{x}{\lambda} \right),$$

så finner Lord Rayleigh för den reflekterade vågens hastighetspotential

$$\Phi_r = a_r \cos 2\pi \left(n t + \frac{x}{\lambda} + \vartheta \right),$$

där

$$a_r = \frac{\frac{V_1 \varrho_1}{V \varrho} - \frac{V \varrho}{V_1 \varrho_1}}{\sqrt{4 \cot^2 \frac{2\pi}{\lambda_1} l + \left(\frac{V_1 \varrho_1}{V \varrho} + \frac{V \varrho}{V_1 \varrho_1} \right)^2}} \, a,$$

och

$$\cot \vartheta = \frac{1}{2} \left(\frac{V_1 \varrho_1}{V \varrho} + \frac{V \varrho}{V_1 \varrho_1} \right) \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda_1} l.$$

Den reflekterade vågen blir sålunda noll för

$$\cot \frac{2\pi}{\lambda_1} l = \infty,$$

d. v. s.

$$l = 0; \quad \lambda_1/2; \quad \lambda_1; \quad 3\lambda_1/2 \quad \text{o. s. v.}$$

Om vi antaga, att väggen är inkompressibel, så att $V_1 = \infty$, blir

[1] Theory of sound, 2, 86. 1896. Se även F. Weisbach, Versuche über Schalldurchlässigkeit, Schallreflexion und Schallabsorption. Diss. Leipzig 1910, sid. 24.

$$a_r = \frac{\pi \frac{\varrho_1 l}{\varrho \lambda}}{\sqrt{1 + \pi^2 \left(\frac{\varrho_1 l}{\varrho \lambda}\right)^2}} \, a,$$

och

$$\cot \vartheta = \pi \frac{\varrho_1 l}{\varrho \lambda}.$$

Sätta vi $\frac{\varrho \lambda}{\pi} = \nu$ och $l \varrho_1 = \mu$, där μ således är massan per ytenhet hos väggen, så blir förhållandet mellan den reflekterade och den infallande vågens amplituder

$$\frac{a_r}{a} = \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \nu^2}},$$

och

$$\cot \vartheta = \frac{\mu}{\nu}.$$

Det är tydligt, att en sådan vägg gentemot en ljudvåg förhåller sig som en stel kropp och endast verkar genom sin trögghet. Om denna är stor, så att μ är stort i jämförelse med ν, blir reflexionen nästan total.

Svängningar hos membraner och plattor äro teoretiskt undersökta av flera författare, bland dem Lord Rayleigh[1]. Med stöd av Lord Rayleigh's arbeten har Berger[2] diskuterat det fall, att en rektangulär membran genom en vinkelrät infallande ljudvåg försättes i tvungna svängningar. Han finner då följande: Membranens amplitud är mindre, ju större dess vikt är. Om membranens grundton är mycket högre än den infallande tonen, äro de tvungna svängningarnas amplitud oberoende av tonhöjden. I annat fall äro membranens svängningar störst, om den infallande tonen är i resonans med någon av membranens egensvängningar, och då är fasen hos membranens svängningar förskjuten 90° i förhållande till luftsvängningarna. Vid dessa resonanssvängningar

[1] Theory of sound *1*, 306. 1896, där man även återfinner problemets historiska utveckling.

[2] R. Berger, Über die Schalldurchlässigkeit. Diss. München 1911, sid. 33.

är membranens amplitud störst för grundtonen, för första övertonen är den endast hälften så stor och blir sedan allt mindre, ju högre övertonen ligger. Ju mindre dämpningen är, desto skarpare blir resonansläget, och desto större blir amplituden vid resonans.

I huvudsak uppträda samma förhållanden vid rektangulära plattor som vid membraner.

Weisbach[1] diskuterar frågan om ljudets reflexion mot en membran och framhåller därvid, att den reflekterade vågen består av två delar: den direkt mot det tätare mediet — det medium, varav membranen är uppbyggd — reflekterade vågen, och den sekundära genom membranens tvungna svängningar uppkommande vågen. Han betraktar membranen som ett svängande system med endast en egenperiod och antar, att ekvationen för rörelsen hos en punkt på membranen kan skrivas

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + R\frac{dx}{dt} + Ex = p.$$

Här betyder M massan hos ytenheten, x elongationen, R den alltid positiva friktionskoefficienten, E den likaledes positiva koefficienten för den elastiska kraften, p den yttre verkande kraften, som i detta fall är en periodisk funktion av tiden och kan skrivas

$$p = Ae^{int},$$

där $\frac{n}{2\pi}$ är svängningstalet hos den mot membranen infallande vågen. Kallas membranens egensvängningstal utan dämpning $\frac{N}{2\pi}$, så är

$$N^2 = \frac{E}{M}.$$

Välja vi den infallande vågens fortplantningsriktning som positiv x-riktning och sätta $x = 0$ vid membranens yta, så kunna vi skriva den infallande vågens och den mot membranen direkt reflekterade vågens hastighetspotentialer

[1] a. a. sid. 58.

$$\Phi = a e^{in\left(t - \frac{x}{V}\right)}$$

resp.

$$\Phi_r = a_r e^{in\left(t + \frac{x}{V}\right)},$$

där V är ljudets fortplantningshastighet. Kalla vi hastigheterna hos luftpartiklarna i resp. vågor u och u_r och i den sekundära vågen u_s, låta ϱ_0 betyda luftens täthet samt införa beteckningarna

$$\varrho^2 = R^2 n^2 + M^2 (N^2 - n^2)^2,$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{n \frac{R}{M}}{N^2 - n^2},$$

så finner Weisbach

$$u = \frac{n a}{V} e^{i\left[n\left(t - \frac{x}{V}\right) - \frac{\pi}{2}\right]}$$

$$u_r = \frac{n a_r}{V} e^{i\left[n\left(t + \frac{x}{V}\right) + \frac{\pi}{2}\right]}$$

$$u_s = \varrho_0 \frac{a n^2}{\varrho} e^{i\left[n\left(t + \frac{x}{V}\right) - \delta\right]}.$$

Vi diskutera dessa värden i punkten $x = 0$. u och u_r hava alltid motsatt fas. u_s har i förhållande till u_r en fasfördröjning, som för $N = n$ är lika med π, för $N > n$ är mindre än π och för $N < n$ är större än π. Amplituden hos u_s är störst för $N = n$. Antaga vi dock, att amplituden hos u_s alltid är mindre än amplituden hos u_r, så blir den totala reflekterade vågens fasfördröjning i förhållande till den infallande vågen

$$\pi \text{ om } N = n,$$

$$> \pi \text{ om } N > n,$$

$$< \pi \text{ om } N < n.$$

Ljudets reflexion mot en porös vägg har varit föremål för en teoretisk undersökning av Lord Rayleigh[1]. Han antar en fullkomligt fast vägg med plan yta. I väggen och vinkelrät mot ytan finnas en serie lika stora och likformigt fördelade trånga kanaler av obegränsad längd. Väggens material är fullkomligt ogenomträngligt för ljud, så att detta endast kan fortplantas genom kanalerna. En sådan väldefinierad porös vägg vilja vi kalla en *perforerad vägg*. Må x-axeln vara riktad vinkelrät utåt från väggen och origo ligga i väggens yta. Vi låta en plan ljudvåg falla in vinkelrät mot väggen och reflekteras och antaga vågen som funktion av tiden t vara proportionell mot e^{int}, där n är reellt. Utanför väggen antaga vi, att de dissipativa krafterna kunna försummas (vågen odämpad), och kunna då skriva förtätningen s och luftpartiklarnas hastighet u

$$s = (A e^{ikx} + B e^{-ikx}) e^{int}$$

$$u = a(-A e^{ikx} + B e^{-ikx}) e^{int},$$

där a är ljudets hastighet och k reellt och lika med n/a. Den första termen representerar den infallande vågen och den andra den reflekterade. Dessa uttryck gälla, när x uppnår ett värde, som är några gånger större än avståndet mellan kanalerna. Närmare väggen är rörelsen mera komplicerad. Dock anser Lord Rayleigh, att värdet på u/s i närheten av väggen erhålles med tillräcklig noggrannhet genom att sätta $x = 0$ i ovanstående ekvationer. Vi få då

$$\frac{u}{as} = \frac{B - A}{B + A}. \qquad (1)$$

Inuti kanalerna verka dissipativa krafter — friktion och värmeledning —, och om vi då sätta förtätningen som funktion av x proportionell mot $e^{ik'x}$, är k' imaginärt. Sambandet mellan k' och n beror på gasens natur samt kanalens form och storlek. Integreras kontinuitetsekvationen över kanalens area σ, erhålles

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\int s\,d\sigma + \frac{\partial}{\partial x}\int\int u\,d\sigma = 0,$$

[1] Theory of sound *2*, 328. 1896.

alltså

$$n \int\int s\,d\sigma + k' \int\int u\,d\sigma = 0. \qquad (2)$$

Denna ekvation gäller i punkter, vilkas avstånd från kanalens mynning är flera gånger större än dennas diameter.

Lord Rayleigh antar, att ett skikt begränsat av två parallella plan, ett på vardera sidan om $x = 0$, kan tagas så tunt i förhållande till våglängden, att trycket är detsamma i de båda planen, och att den mängd luft, som går in i skiktet genom ena planet, är lika med den mängd, som går ut genom andra planet, och dock är skiktet så tjockt i förhållande till kanalernas diameter och avståndet mellan dem, att ekv. (1) kan tillämpas i det ena planet och ekv. (2) i det andra. Då är s lika i de båda ekvationerna, men hastigheterna förhålla sig omvänt som motsvarande areor, d. v. s. som $\frac{\sigma}{\sigma + \sigma'}$, om σ' är den yta på den kvarvarande väggen, som svarar mot varje kanal. Sambandet mellan rörelsen utanför och i kanalerna blir då bestämt genom ekv.

$$-\frac{n}{k'}\sigma = \frac{a(B-A)}{B+A}(\sigma + \sigma')$$

eller

$$\frac{A-B}{A+B} = \frac{\sigma}{\sigma+\sigma'}\,\frac{k}{k'}. \qquad (3)$$

I denna teori har Lord Rayleigh antagit, att den våg, som en gång kommit in i en kanal, ej kommer tillbaka. Om dissipativa krafter verka i kanalerna, kan detta villkor alltid uppfyllas genom att kanalerna göras tillräckligt långa. Den härför nödvändiga längden beror på gasens natur samt kanalens form och storlek.

Ur ekv. (3) kan väggens reflexionsförmåga B/A beräknas, om k' är känd. Sambandet mellan k' och n har Lord Rayleigh undersökt teoretiskt för det fall, att kanalens area är cirkulär. Han skiljer då mellan två extrema fall. Han antar först, att kanalens radie r är så liten, att temperaturen hos luften i kanalen alltid är densamma som hos väggen, eller att förtätningarna och förtunningarna i kanalen ske isotermiskt. I detta fall

äger ingen energiförlust rum genom värmeledning utan endast på grund av friktionen. Matematiskt innebär detta antagande, att kvantiteten $\frac{nr^2}{8\nu}$, där ν (0,256 C.G.S.) är ett mått på luftens värmeledningsförmåga, är liten i förhållande till 1. Då finner Lord Rayleigh

$$k'^2 = -\frac{8inu'}{b^2r^2},$$

där μ' (0,16 C.G.S.) är förhållandet mellan luftens inre friktionskoefficient och täthet, och b är Newtons värde på ljudets hastighet. Sätta vi

$$k' = k_1 - ik_2,$$

där k_1 och k_2 äro reella och positiva, så kan vågen i kanalen sättas proportionell mot

$$e^{k_2 x}\cos(nt + k_1 x + \varepsilon),$$

och man finner då

$$k_1 = k_2 = \frac{2}{br}\sqrt{\frac{u'n}{}}.$$

Tages som exempel $n = 2\pi \cdot 256$, så blir $\frac{nr^2}{8\nu}$ ungefär $1\,000\,r^2$, och $k_1 = k_2 = \frac{1{,}15 \cdot 10^{-3}}{r}$.

För $r = \frac{1}{1\,000}$ cm blir $\frac{nr^2}{8\nu} = \frac{1}{1\,000}$ och $k_1 = k_2 = 1{,}15$.

För $r = \frac{1}{100}$ cm blir $\frac{nr^2}{8\nu} = \frac{1}{10}$ och $k_1 = k_2 = 0{,}115$.

Om r är större än $\frac{1}{100}$ cm., torde förloppet i kanalerna knappast längre kunna anses försiggå isotermiskt.

Amplituden i kanalerna minskas i förhållandet $e/1$ på sträckan k_2^{-1}. Denna sträcka, som kan anses vara ett mått på den minsta längd kanalen måste hava, för att den mot kanalens botten re-

flekterade vågen skall kunna försummas, blir för $r = \frac{1}{1\,000}$ cm. ungefär 1 cm. och för $r = \frac{1}{100}$ cm. ungefär 10 cm.

I andra fallet antar Lord Rayleigh, att kanalernas radie r är så stor, att det skikt närmast kanalens vägg, där friktion och värmeledning äro verksamma, är litet i jämförelse med radien. Sambandet mellan k' och n uttryckes då genom den av Kirchhoff funna ekvationen

$$k' = \frac{n}{a}\left[1 + \frac{\gamma'(1-i)}{r\sqrt{2n}}\right],$$

där

$$\gamma' = \sqrt{\mu'} + \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\sqrt{\nu}.$$

a betyder som förut Laplace's värde på ljudhastigheten.

I en senare avhandling behandlar Lord Rayleigh[1] samma problem men tar då även hänsyn till den våg, som reflekterats vid kanalens botten. Vi antaga en likadan vägg som förut, en perforerad vägg. Lord Rayleigh låter en plan våg falla in snett mot väggen och reflekteras. Då jag i det följande endast kommer att syssla med vinkelrät infallande vågor, vill jag redan från början införa de förenklingar hos Lord Rayleigh's formler, som detta innebär. Några väsentliga förändringar åstadkommas ej härigenom. Lägges x-axeln på samma sätt som förut, så kan utanför väggen, där de dissipativa krafterna försummas, hastighetspotentialen Φ skrivas

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \qquad (4)$$

eller, om Φ är proportionellt mot e^{int}, där n är reellt,

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + k^2 \Phi = 0. \qquad (5)$$

k är då reellt och lika med n/a. a betecknar ljudets hastighet. Som lösning till ekv. (5) kunna vi sätta

[1] Lord Rayleigh, Phil. Mag. (6) *39*, 225. 1920.

$$\Phi = e^{int}(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}), \tag{6}$$

där den första termen representerar den infallande vågen och den andra termen den reflekterade. Ur ekv. (6) erhålles hastigheten u hos luftpartiklarna och förtätningen s i närheten av väggen

$$u = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{x=0} = (A - B)ike^{int},$$

$$as = -\frac{1}{a}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{x=0} = -(A + B)\frac{in}{a}e^{int},$$

alltså

$$\frac{u}{as} = \frac{B - A}{B + A}. \tag{7}$$

Denna ekv. är identisk med ekv. (1).

I kanalerna verka dissipativa krafter, och Lord Rayleigh antar, att deras inflytande kan uttryckas så enkelt som genom att i vänstra membrum av ekv. (4) införa en term $h\frac{\partial \Phi}{\partial t}$. Då Φ fortfarande är proportionell mot e^{int}, få vi nu i stället för ekv. (5)

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + k'^2 \Phi = 0,$$

där k' nu är komplext och bestämt genom ekv.

$$k'^2 = k^2 - inh/a^2.$$

Om vi skriva $k' = k_1 - ik_2$, där k_1 och k_2 äro reella och positiva, erhålles

$$k_1^2 - k_2^2 = k^2, \tag{8}$$

$$k_1 k_2 = \frac{1}{2} nh/a^2.$$

För vågen i kanalen kunna vi då skriva

$$\Phi = e^{int}(A' \cos k'x + B' \sin k'x).$$

Om kanalen är sluten vid $x = -l$, så är

$$A' \sin k' l + B' \cos k' l = 0.$$

Då fås

$$\Phi = A'' e^{int} \cos k'(x + l). \tag{9}$$

Lord Rayleigh beräknar sedan hastigheten u' och förtätningen s' för små värden på x ur ekv.

$$u' = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{x=0} = -k' A'' e^{int} \sin k' l,$$

$$as' = -\frac{1}{a}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{x=0} = -ikA'' e^{int} \cos k' l, \tag{10}$$

alltså

$$\frac{u'}{as'} = \frac{k'}{ik} \operatorname{tg} k' l. \tag{11}$$

Lord Rayleigh antar nu samma gränsvillkor som förut, d. v. s. på ömse sidor om $x = 0$ äro trycken lika, och hastigheterna förhålla sig omvänt som motsvarande areor, alltså, om σ och σ' hava samma betydelse som förut,

1) $s = s'$,

2) $(\sigma + \sigma')u = \sigma u'$.

Ur dessa ekv. och ekv. (7) och (11) erhålles då

$$\frac{B - A}{B + A} = \frac{\sigma}{\sigma + \sigma'} \frac{k' \operatorname{tg} k' l}{ik}. \tag{12}$$

Lord Rayleigh diskuterar sedan denna formel och undersöker speciellt, under vilka förhållanden B kan bliva noll.

Emellertid har Lord Rayleigh gjort ett förbiseende, när förtätningen s beräknas ur hastighetspotentialen. Som synes av ekv. (10), gör han detta enligt ekv.

$$s = -\frac{1}{a^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \tag{13}$$

Hastighetspotentialen för vågen i kanalen kan skrivas

$$h\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2},$$

alltså

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(h\Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right) = a^2 \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Kontinuitetsekvationen för en plan våg lyder

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0.$$

Elimineras $\frac{\partial u}{\partial x}$ mellan dessa ekv., erhålles

$$s = -\frac{1}{a^2}\left(h\Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right). \qquad (14)$$

Ovanstående ekv. (13) för beräkning av s gäller sålunda endast, om $h = 0$.

Enligt ekv. (14) erhålles förtätningen s' ur ekv. (9)

$$as' = -A''\left(\frac{h}{a} + ik\right)e^{int}\cos k'l,$$

alltså

$$\frac{u'}{as'} = \frac{k'}{\frac{h}{a} + ik}\operatorname{tg} k'l.$$

Men

$$k'^2 = k^2 - \frac{inh}{a^2} = -ik\left(ik + \frac{h}{a}\right),$$

alltså

$$\frac{u'}{as'} = \frac{k}{ik'}\operatorname{tg} k'l,$$

och

$$\frac{B - A}{B + A} = \frac{\sigma}{\sigma + \sigma'}\frac{k\operatorname{tg} k'l}{ik'}. \qquad (15)$$

För $l = \infty$ är $\operatorname{tg} k'l = -i$. Ekv. (15) blir då identisk med ekv. (3).

Dessutom visar det sig, att de dissipativa krafternas inverkan ej kan uttryckas så enkelt som genom tillfogande av termen $h \frac{\partial \Phi}{\partial t}$. Den ur detta antagande följande ekv. (8) stämmer nämligen ej med de experimentellt funna resultaten.

B. Experimentell del.

Den förste, som utförde några experimentella undersökningar över kroppars reflexionsförmåga för ljudvågor, var Rood[1]. Han använde som reflekterande yta en cirkulär zinkskiva, i vilken två diametralt motsatta kvadranter voro utskurna, och som fick rotera i sitt eget plan med en hastighet av två till fyra varv i sekunden. En stämgaffel, som fick ljuda framför skivan, aflägsnades från denna, tills ljudvariationerna nätt och jämt kunde iakttagas av örat, som hölls intill stämgaffeln. Detta avstånd är ett mått på reflexionsförmågan. Han erhöll som resultat, att vid vinkelrät incidens reflektera stora ytor ljudet bättre än små och högre toner reflekteras bättre än lägre. Detta senare gör, att en klang genom reflexion blir skarpare och »metallisk». Vid sned incidens är reflexionen störst i »samma riktning som vid ljuset» men kan även iakttagas i alla andra riktningar. Genom att göra skivor med sektorer av olika material kunde han kvalitativt jämföra två olika ämnens reflexionsförmåga.

Vid senare experimentella undersökningar över ljudets reflexion hava tre olika metoder kommit till användning.

Den första metoden, den närmast till hands liggande, är att låta en ljudvåg infalla mot en vägg av det ämne, som skall undersökas, och med en mätapparat direkt bestämma den infallande och den reflekterade vågens amplituder eller intensiteter. Denna metod har använts av Sieveking och Behm[2], Weisbach[3] och Watson[4]. Sieveking och Behm samt Weisbach läto ljudet från en stämgaffel A utträda genom en fönsteröppning (fig. 1). Mottagningsapparaten B ställdes på andra sidan väggen vid sidan

[1] O. N. Rood, Sill. Journ. (3) *12*, 477. 1876 och *19*, 133. 1880.

[2] H. Sieveking und A. Behm, Ann. d. Phys. *15*, 793. 1904.

[3] a. a.

[4] F. R. Watson, Phys. Rev. (2) *7*, 125 och 287. 1916.

om öppningen. Weisbach använde som mottagare en telefon förbunden med en stränggalvanometer. Sieveking och Behm mätte direkt amplituden hos en stämgaffel i resonans med ljudkällan. På en vridbar träram upphängdes en skiva av det ämne, som skulle undersökas. Sieveking och Behm kunde endast konstatera, att den reflekterade vågen är starkast, när skivan bildar 45° vinkel med väggen (se fig.). Weisbach fann dessutom rent kvalitativt, att en större skiva reflekterar mera ljud än en mindre.

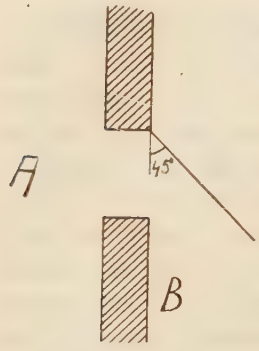


Fig. 1.

Weisbach försökte även att bestämma reflexionsförmågan genom att ute i det fria låta ljudvågen träffa en fristående vägg och med en resonanstelefon uppmäta maxima och minima i den uppkommande stående vågen. Han fann dock, att från marken reflekterade vågor verka så störande, att några noggranna resultat ej kunna erhållas.

Watson riktade med en parabolisk reflektor ljudet från en med konstant tryck anblåst orgelpipa mot en dörröppning. Vid sidan om reflektorn uppsattes på lämpligt sätt en Rayleigh's skiva som mottagare för de från dörröppningen reflekterade vågorna. När dörröppningen ej är täckt, anser Watson, att reflexionen är noll, och att det då erhållna utslaget beror på störningar. Det största utslaget — vilket erhölls, när dörröppningen täcktes med en 3/4 tum tjock korkplatta — anser Watson svara mot fullständig reflexion, 100 %. Ur det läge, som utslaget för en godtycklig platta har i förhållande till dessa båda extrema fall, kan då ett mått på plattans reflexionsförmåga erhållas.

Felet med den vid dessa försök använda metoden är, att mätapparaten ej kan isoleras från de störande ljudvågor, som uppkomma genom ljudets böjning, reflexion från andra föremål, interferens o. s. v.

Den andra metoden, som har utarbetats av W. C. Sabine[1], kan kallas metoden med efterljudet. Sabine har närmare studerat akustiken i rum och funnit sin bekanta formel:

$$a = \frac{K \cdot V}{t}.$$

[1] W. C. Sabine, Journ. de phys. (3) *10*, 38. 1901.

Här betyder a totala absorptionsförmågan hos väggarna och föremålen i rummet, V rummets volym i kbm. och t tiden i sek. för det hörbara efterljudet sedan ljudkällan tystnat. K är en konstant, som beror på den ursprungliga ljudintensiteten, och som är lika med 0,164 för en intensitet 1 000 000 gånger större än den, som nätt och jämt kan uppfattas av örat. En väggs absorptionsförmåga är lika med produkten av dess yta och materialets absorptionskoefficient. Denna senare är den bråkdel av den infallande ljudenergin, som ej reflekteras av väggen. Sabine antar, att absorptionskoefficienten för ett öppet fönster är 1. För att bestämma ett ämnes absorptionskoefficient har man då endast att bekläda en del av en vägg i ett förut undersökt rum med ämnet ifråga och bestämma tiden för efterljudet samt tillämpa ovanstående formel. Konstanten 0,164 har Sabine funnit gälla åtminstone approximativt för många undersökta salar. Den har erhållits genom att bestämma efterljudet för olika ljudstyrkor i ett och samma rum. De ganska besvärliga räkningarna återfinnas i The American Architect and Building News *68*, 59, 1900. Sabine har som ljudkälla använt en orgelpipa med tonen C_4 (512) och har med denna metod bestämt absorptionskoefficienten för en hel del ämnen, som bruka förekomma i rum.

I en senare avhandling[1] utvidgar Sabine sina undersökningar till hela det inom musiken förekommande tonområdet, från C_1 (64) till C_7 (4096). Han undersöker då bland annat en tegelvägg, dels oputsad, dels sedan den strukits två gånger med oljefärg. Absorptionen är störst i förra fallet, vilket Sabine förklarar bero på att väggen då är porös. I detta fall ökas också absorptionen kraftigt med tonhöjden. För en del andra väggar finner Sabine maximiabsorption för en viss tonhöjd, vilket beror på resonans mellan väggen och den infallande vågen.

Senare har denna metod även använts av P. E. Sabine[2] för undersökning av absorptionsförmågan hos murväggar. Han finner därvid bland annat, att absorptionen är större, om väggarna äro torra, än om de äro fuktiga. Detta förklarar han bero på att porerna, som huvudsakligen åstadkomma absorptionen, delvis täppas igen av fuktigheten. Ökas tonhöjden, finner han, att

[1] W. C. Sabine, Proc. Amer. Acad. *42*, 51. 1906.

[2] P. E. Sabine, Phys. Rev. (2) *16*, 514. 1920 och (2) *17*, 378. 1921.

även absorptionen ökas, vilket är i överensstämmelse med Lord Rayleigh's teori.

Denna metod har sitt största intresse ur ren arkitekt-synpunkt. Fysikaliskt-vetenskapligt sett är den alltför approximativ. W. C. Sabine antager, att rummet är sådant, att ljudets reflexion sker fullkomligt oregelbundet, så att intensiteten, som en person uppfattar, är oberoende av personens och ljudkällans platser. Även om intensitetens variationer äro ganska små, om personen och ljudkällan röra sig inom de gränser, som t. ex. i en konsertsal äro avsedda för dem, måste dock den ljudintensitet, som faller in mot väggarna, till följd av interferens och böjning vara olika på olika ställen. Som W. C. Sabine senare påpekar, har därför ett material med stor absorptionskoefficient litet inflytande på ljudet i rummet, om det placeras på ett ställe, där ljudintensiteten är liten, men kan däremot i hög grad förminska ljudintensiteten, om det placeras på ett ställe, där ljudintensiteten är stor. Om absorptionskoefficienten bestämmes med efterljudsmetoden, erhålles därför i första fallet ett litet värde men i andra fallet ett stort.

Nyligen har också P. E. Sabine[1] funnit, att det för ett prov erhållna värdet på absorptionskoefficienten är en funktion av provets läge i förhållande till andra ytor liksom ock av provets storlek och form. När ytan av ett undersökt filtstycke ökades från 0,14 till 10,0 m.^{2}, minskades absorptionskoefficienten i förhållandet 3/1. Långa smala stycken på 3,3 m.^{2} gåvo 50 % större värde på absorptionskoefficienten än samma yta i kvadratform.

Den tredje metoden, som använts att bestämma ett ämnes reflexionsförmåga, är framställd av Tuma[2]. Han låter en ljudvåg från en stämgaffel infalla genom ena änden i ett rör, vars andra ände är tillsluten med en platta av det ämne, som skall undersökas. Rörets längd är ett udda antal fjärdedels våglängder. Skrives den vid rörets öppna ände infallande vågen

$$\xi_0 = a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

så kan rörelsen i resonatorn på djupet x — förorsakad av de

[1] P. E. Sabine, Phys. Rev. (2) *19*, 402. 1922.
[2] J. Tuma, Wien. Ber. *111* [II a], 402. 1902.

upprepade gånger mot botten och mot fria luften vid rörets öppna ände reflekterade vågorna — skrivas

$$\xi = \sqrt{\alpha^2 + 4(1-\alpha)\cos^2 2\pi\frac{x}{\lambda}} \cdot \frac{a}{1-(1-\alpha)(\alpha_1 - 1)} \sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \varphi\right),$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\alpha}{2-\alpha}\operatorname{tg} 2\pi\frac{x}{\lambda}.$$

Konstanterna α och α_1 äro då definierade så, att om a är amplituden hos en mot botten infallande våg, så är den reflekterade vågens amplitud $-(1-\alpha)a$. På samma sätt är vid reflexion mot fria luften den reflekterade vågens amplitud $(\alpha_1 - 1)a$.

Kallas tryckvariationernas amplitud $\mathrm{Am}(dp)$, så beräknas ur uttrycket på ξ

$$[\mathrm{Am}(dp)]^2 = \varkappa \frac{(2-\alpha)^2\alpha^2 + 4(1-\alpha)^2 \sin^2 4\pi\frac{x}{\lambda}}{\alpha^2 + 4(1-\alpha)\cos^2 2\pi\frac{x}{\lambda}}.$$

Om $\alpha = 0$, d. v. s. vid total reflexion, blir $\mathrm{Am}(dp) = 2\sqrt{\varkappa}\sin 2\pi\frac{x}{\lambda}$. I annat fall blir amplituden maximum för $x = (2n+1)\lambda/4$ och minimum för $x = n\lambda/2$. Kallas dess värde i dessa punkter $\mathrm{Am}(dp)_{\lambda/4}$ resp. $\mathrm{Am}(dp)_{\lambda/2}$, så blir

$$\mathrm{Am}(dp)_{\lambda/4} = \sqrt{\varkappa}\,.\,(2-\alpha),$$

$$\mathrm{Am}(dp)_{\lambda/2} = \sqrt{\varkappa}\,.\,\alpha$$

Alltså

$$\frac{\mathrm{Am}(dp)_{\lambda/4}}{\mathrm{Am}(dp)_{\lambda/2}} = \frac{2-\alpha}{\alpha}.$$ [1]

Förhållandet mellan dessa amplituder bestämmer Tuma genom att använda två resonatorer, som retas lika starkt. I den

[1] Vid beräkning av sitt onödigt långa uttryck på $[\mathrm{Am}(dp)]^2$ har Tuma begått ett räknefel, som dock bortfaller vid divisionen.

ena av dessa utgöres botten av vatten, som Tuma finner vara totalreflekterande. I detta fall är således $\mathrm{Am}\,(dp)_{\lambda/2} = 0$, och amplituden varierar längs röret som en sinusfunktion. Denna användes som mätresonator. I vardera resonatorn inskjutes ett hörrör, som förbindes med örat, och som i försöksresonatorn inställes i max. och min. men i mätresonatorn förskjutes så, att intensiteten i båda hörrören blir densamma. Ur dessa förskjutningar kan ovannämnda förhållande bestämmas och absorptionskoefficienten α beräknas.

Denna metod med resonansrör har även använts av Weisbach[1]. Han begagnar också som ljudkälla en stämgaffel och mäter *svängningarnas* amplitud i röret genom att längs dess axel förskjuta en med en stränggalvanometer förbunden telefon, vars membran ställes vinkelrät mot rörets längdriktning. Kallas svängningarnas amplitud på avstånden $\lambda/4$ och $\lambda/2$ från rörets botten $\mathrm{Am}\,(d\xi)_{\lambda/4}$ och $\mathrm{Am}\,(d\xi)_{\lambda/2}$, erhålles analogt med Tuma's formel

$$\frac{\mathrm{Am}\,(d\xi)_{\lambda/4}}{\mathrm{Am}\,(d\xi)_{\lambda/2}} = \frac{2-\alpha}{\alpha}.$$

Slutligen har denna metod använts av Taylor[2]. Om en våg av amplituden p infaller mot en vägg och den reflekterade vågens amplitud kallas r, så definierar Taylor väggens reflexionsförmåga ϱ såsom $\frac{r^2}{p^2}$, d. v. s. förhållandet mellan den reflekterade och den infallande vågens intensiteter. Kallas hos den stående vågen i röret maximiintensiteten m och minimiintensiteten n, så är

$$m = (p + r)^2,$$

$$n = (p - r)^2,$$

och vi erhålla

$$1 - \varrho = \frac{4}{\sqrt{\frac{m}{n}} + \sqrt{\frac{n}{m}} + 2}.$$

[1] a. a.

[2] H. O. Taylor, Phys. Rev. (2) 2, 270. 1913.

För att mäta dessa intensiteter inskjuter Taylor i resonatorn, som retas med en med konstant tryck anblåst orgelpipa, ett glasrör, vars inre ände inställes i maxima och minima, och vars yttre ände är förbunden med en mindre resonator, innehållande en Rayleigh's skiva.

Den största fördelen hos denna metod med resonansrör gent emot de båda förut beskrivna är, att ljudvågen, som studeras, kan isoleras, och mätapparaten sålunda ej behöver påverkas av andra, störande ljudvågor. Dess svaghet ligger i att amplituden i minima blir mycket liten och sålunda svår att noggrant uppmäta. Detta gäller särskilt vid starkt reflekterande ämnen. Tuma finner exempelvis för en korkplatta absorptionskoefficienten 0,083. Felet vid hörrörets inställning i mätresonatorn kan, såsom framgår av hans tabell, mycket väl uppgå till 0,1 cm. Ändras hans inställning med detta belopp, erhålles som värde på absorptionskoefficienten 0,056.

Weisbach beklagar själv, att hans telefon var så stor, att den störde svängningstillståndet i röret. Denna störning är särskilt märkbar i minima. Han erhåller som värde på reflexionsförmågan för en 25 mm. tjock marmorplatta 0,89, men anser a priori, att marmor måste vara totalreflekterande, och att differensen härrör från de ovannämnda störningarna. Han ökar därför varje erhållet värde på reflexionsförmågan med 0,11.

Även hos Taylor märker man svagheten vid intensitetens uppmätning i minima. Han erhåller exempelvis för »Brussels Carpet»: $m = 7{,}30$, $n = 0{,}03$, varav beräknas $1 - \varrho = 0{,}23$. Antages felet hos n vara 0,01 och sättes $n = 0{,}02$, erhålles $1 - \varrho = 0{,}19$.

Härtill kommer, att alla tre försummat, att vågen i röret är dämpad, och att sålunda amplituden eller intensiteten i olika maxima resp. minima är olika. Tuma's rör var endast 3/4 våglängd, varför han blott kunde undersöka ett minimum. Weisbach använde ett 25 cm. vitt trärör, vars längd var 7/4 våglängd. Han kunde dock med sin anordning ej iakttaga någon nämnvärd skillnad i amplituden i olika maxima resp. minima. Taylor använde även ett trärör av kvadratisk genomskärning med 9 cm. sida och en längd av 115 cm. Han undersökte dämpningen i röret, dels då dess yta var en jämn putsad träyta, dels då denna hade beklätts med filt. Han fann i senare fallet som

värde på intensiteterna i maxima: 4,6; 5,5; 7,2 och i minima: 0,05; 0,6; 1,8 och i förra fallet: 41; 37; 41,8 resp. 0,03; 0,06; 0,16. För röret med träytan anser han dock, att dämpningen praktiskt taget kan försummas.

Jag anser mig ej hava skäl att här återgiva några av de vid de ovan relaterade mätningarna erhållna sifferresultaten. Dels måste, som framgår av ovanstående kritik, resultaten anses mycket approximativa och endast kunna tjäna att ordna de undersökta ämnena efter deras reflexions- eller absorptionsförmåga, dels äro de ämnen, som undersökts, så dåligt definierade, att resultaten ej hava något allmännare intresse. Man torde dock få anse fastställt, att en platta av icke poröst material, och som icke svänger med transversellt, i överensstämmelse med teorin ger en stark reflexion, samt att reflexionsförmågan minskas, om transversella svängningar kunna förekomma, eller om det reflekterande ämnet är poröst.

Före historikens avslutande vill jag nämna något om de experimentella undersökningar, som äro utförda över kroppars förmåga att genomsläppa ljudvågor, ett problem, som är intimt förbundet med ljudets reflexion.

En fast kropp i form av en platta kan genomsläppa ljudet på tre sätt: genom luften i porerna, genom elastiska vågor (ljudvågor) i själva plattan och genom plattans transversella medsvängningar. De båda första faktorerna bero på själva mediet och plattans tjocklek, den tredje bestämmes av plattans egensvängningstal.

Vid bestämning av genomsläppningsförmågan hava huvudsakligen två metoder kommit till användning. Enligt den ena uppställas ljudkällan och en mottagningsapparat i två närgränsande, från varandra väl ljudisolerade rum. I ett hål i mellanväggen insättes den platta, som skall undersökas. För en konstant intensitet på ljudkällan är naturligtvis mottagningsapparatens utslag ett mått på plattans genomsläppningsförmåga. Denna metod har använts av Tufts[1], Weisbach[2], Spijkerboer[3] och

[1] F. L. Tufts, Sill. Journ. (4) *13*, 449. 1902.

[2] a. a.

[3] C. Spijkerboer, Schalldurchlässigkeit. Diss. Utrecht 1913.

Watson[1]. Den andra metoden, som använts av Hornstein[2], Sieveking och Behm[3], Berger[4] samt Ginnis och Harkins[5], skiljer sig från den första genom att antingen ljudkällan eller mottagningsapparaten här är innesluten i en kub, där fem sidor äro ljudtäta och den sjätte utgöres av den platta, som skall undersökas. Som ljudkällor hava använts metallkulor, som fått falla på en platta, orgelpipor och stämgafflar. Som mottagare hava begagnats mikrofoner och telefoner i förbindelse med galvanometer, stämgafflar i resonans med ljudkällan och Rayleigh's skiva.

Såsom i allmänhet erhållna resultat kan anföras följande. En vägg, som icke utgöres av poröst material, och som ej svänger med transversellt, genomsläpper mindre ljud ju större väggens vikt per ytenhet är. Om väggen svänger med transversellt, beror dess genomsläppningsförmåga huvudsakligen härpå. Ju bättre resonansen är, desto större del av den infallande energin användes att sätta plattan i transversella svängningar, och desto mindre del reflekteras. Plattan verkar då själv som en ljudkälla och utsänder ljudenergi åt båda sidor och genomsläpper sålunda mera.

Tufts[6] har undersökt det motstånd, som poröst material utövar dels mot en direkt luftström, dels mot en infallande ljudvåg. I senare fallet fick tonen från en pipa dels direkt, dels genom olika tjocka lager av materialet påverka en med pipans ton avstämd membran. Om membranamplitudens inversa värde tages som mått på motståndet, finner Tufts, att motståndet mot ljudvågen är proportionellt mot motståndet mot den direkta luftströmmen.

Att den stora genomsläppningsförmågan hos poröst material beror på ljudets fortplantning genom luften i porerna, visade Sieveking och Behm. Den ljudenergi, som trängde igenom t. ex. filt, minskades i hög grad, om luften i porerna avlägsna-

[1] F. R. Watson, Phys. Rev. (2) *5*, 342. 1915, (2) *7*, 125. 1916 och (2) *15*, 231. 1920.

[2] J. Frhr. v. Hornstein, Versuche über Schallmessung. Diss. Tübingen 1899.

[3] a. a.

[4] a. a.

[5] C. S. Ginnis and M. R. Harkins. Phys. Rev. *33*, 128. 1911.

[6] F. L. Tufts, Science (N. S.), *9*, 219. 1899, och Sill. Journ. (4) *11*, 357. 1901.

des medelst genomdränkning med vatten eller genom stark pressning av filtplattan.

Slutligen kan omnämnas, att många experimentella undersökningar äro utförda över ljudhastigheten i rör.[1] De olika författarna erhålla mycket olika resultat, men ingen erhåller överensstämmelse med KIRCHHOFF's å sid. 13 anförda formel. De funna värdena på konstanten γ' äro större än det teoretiskt beräknade och visa sig för övrigt vara beroende på såväl tonhöjden som rördiametern.

[1] En förteckning över dessa undersökningar återfinnes bland annat hos J. STURM, Ann. d. Phys. *14*, 822. 1904.

PROBLEMSTÄLLNING

Ur den ovan framställda historiska utvecklingen av de över ljudets reflexion utförda experimentella undersökningarna torde framgå, att enda möjligheten att isolera en ljudvåg, och sålunda skydda mätapparaten från störande vågor, är med tillhjälp av ett resonansrör. Därvid måste man dock avhjälpa den svaghet, som vidlåder Tuma's, Weisbach's och Taylor's anordningar genom osäkerheten av amplitud- resp. intensitetsmätningarna i minima. Skall denna uppmätning göras noggrant vid starkt reflekterande ämnen, fordras en mätapparat mångdubbelt känsligare än de vi nu äga. Jag har därför undvikit denna svaghet genom att i stället för att mäta amplituden bestämma fasen hos svängningstillståndet i ett resonansrör.[1]

Vi antaga en resonator bestående av ett rör, som i ena änden är slutet med en platta av det ämne, vars reflexionsförmåga skall undersökas. Den vid rörets öppna ände från en ljudkälla infallande vågen skriva vi

$$\xi_0 = a e^{i 2\pi \frac{t}{T}}. \tag{16}$$

Reflexionsförmågan α hos bottenplattan definiera vi så, att om a är amplituden hos en mot plattan infallande våg, så är den reflekterade vågens amplitud

$$-\alpha a e^{-i 2\pi \frac{2v}{\lambda}},$$

där λ betyder våglängden. Den reflekterade amplitudens abso-

[1] Denna grundtanke i metoden har jag redan förut offentliggjort (Albert Johanson: En ny metod att bestämma ett ämnes reflexions- och absorptionsförmåga för ljudvågor, Medd. K. Vet. Akad. Nobelinst. 5, N:r 14. 1919).

luta värde är sålunda αa. Dessutom tillåta vi en fasfördröjning — förutom den vanliga på 180° — som vi beteckna med $2\pi\frac{2\nu}{\lambda}$. Vid reflexionen mot fria luften vid rörets öppna ände skriva vi, om en infallande vågs amplitud är a, den reflekterade vågens $\alpha' a$. Här antaga vi ej någon fasförlust.

Vi antaga, att vågen under sitt fortskridande genom röret är plan och dämpas exponentiellt. Låta vi l beteckna rörets längd[1], kan rörelsen på avståndet x från rörets ände skrivas

$$\xi = a e^{-\varkappa x} e^{i2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)} - a\alpha e^{-\varkappa(2l-x)} e^{i2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{2l-x}{\lambda}-\frac{2\nu}{\lambda}\right)} -$$

$$- a\alpha\alpha' e^{-\varkappa(2l+x)} e^{i2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{2l+x}{\lambda}-\frac{2\nu}{\lambda}\right)} + a\alpha^2\alpha' e^{-\varkappa(4l-x)} e^{i2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{4l-x}{\lambda}-\frac{4\nu}{\lambda}\right)} +$$

$$+ a\alpha^2\alpha'^2 e^{-\varkappa(4l+x)} e^{i2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{4l+x}{\lambda}-\frac{4\nu}{\lambda}\right)} - \cdots,$$

där $\varkappa$ bestämmer dämpningen.

Sätta vi:

$$l + \nu = l_0 + \varepsilon^1,$$

där

$$l_0 = \lambda/4\,(2n+1), \ (n \text{ ett helt tal}),$$

blir

$$e^{-i2\pi\frac{2l_0}{\lambda}} = -1,$$

$$e^{-i2\pi\frac{4l_0}{\lambda}} = +1 \text{ o. s. v.}$$

Vi få då

$$\xi = \frac{a e^{i2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\varepsilon}{\lambda}\right)}}{1-\alpha\alpha' e^{-\varkappa 2l} e^{-i2\pi\frac{2\varepsilon}{\lambda}}}\left[e^{-\varkappa x} e^{-i2\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda}} + \alpha e^{-\varkappa(2l-x)} e^{i2\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda}}\right].$$

Vi multiplicera nu täljaren och nämnaren med en faktor

$$e^{-i2\pi\frac{\delta}{\lambda}},$$

[1] I l och l_0 är mynningskorrektionen inberäknad.

där δ bestämmes ur ekv.

$$\operatorname{tg} 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\alpha\alpha' e^{-\varkappa 2l}\sin 2\pi\frac{2\varepsilon}{\lambda}}{1-\alpha\alpha' e^{-\varkappa 2l}\cos 2\pi\frac{2\varepsilon}{\lambda}},$$

och erhålla då

$$\xi = \frac{a e^{i2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{\delta}{\lambda}\right)}}{\sqrt{1+\alpha^2\alpha'^2 e^{-\varkappa 4l}-2\alpha\alpha' e^{-\varkappa 2l}\cos 2\pi\frac{2\varepsilon}{\lambda}}}\cdot$$

$$\cdot\left[e^{-\varkappa x}e^{-i2\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda}}+\alpha e^{-\varkappa(2l-x)}e^{i2\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda}}\right], \qquad (17)$$

eller

$$\xi = \frac{a e^{i2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{\delta}{\lambda}\right)}}{\sqrt{1+\alpha^2\alpha'^2 e^{-\varkappa 4l}-2\alpha\alpha' e^{-\varkappa 2l}\cos 2\pi\frac{2\varepsilon}{\lambda}}}\cdot$$

$$\cdot\left[\left(e^{-\varkappa x}+\alpha e^{-\varkappa(2l-x)}\right)\cos 2\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda}-\right.$$

$$\left.-i\left(e^{-\varkappa x}-\alpha e^{-\varkappa(2l-x)}\right)\sin 2\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda}\right].$$

Skriva vi den infallande vågen, ekv. (16),

$$\xi_0 = a\cos 2\pi\frac{t}{T},$$

kunna vi återgiva svängningarna i punkten x under formen

$$\xi = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{\delta}{\lambda}\right)-\varphi\right].$$

Amplituden A varierar längs röret enligt ekv.

$$A = \frac{a}{\sqrt{1 + \alpha^2 \alpha'^2 e^{-\varkappa 4 l} - 2\alpha\alpha' e^{-\varkappa 2 l} \cos 2\pi \frac{2\varepsilon}{\lambda}}} \cdot$$

$$\cdot \sqrt{(e^{-\varkappa x} - \alpha e^{-\varkappa(2l-x)})^2 + 4\alpha e^{-\varkappa 2 l} \cos^2 2\pi \frac{x-\varepsilon}{\lambda}} \cdot$$

Fasens variation längs röret bestämmes ur ekv.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1 - \alpha e^{-2\varkappa(l-x)}}{1 + \alpha e^{-2\varkappa(l-x)}} \operatorname{tg} 2\pi \frac{x-\varepsilon}{\lambda} .$$

φ är sålunda den fas, med vilken *svängningen* i punkten x följer *efter svängningen* i punkten $x = \varepsilon$.

Tryckvariationerna i röret bestämmas ur ekv.

$$\partial p = -pk \frac{\partial \xi}{\partial x}, \tag{18}$$

där p är normala trycket och $k = c_p/c_v$.

Ur ekv. (17) erhålles

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left[e^{-\varkappa x} e^{-i 2\pi \frac{x-\varepsilon}{\lambda}} + \alpha e^{-\varkappa(2l-x)} e^{i 2\pi \frac{x-\varepsilon}{\lambda}}\right] =$$

$$= (e^{-\varkappa x} - \alpha e^{-\varkappa(2l-x)})\, \varkappa \cos 2\pi \frac{x-\varepsilon}{\lambda} +$$

$$+ (e^{-\varkappa x} + \alpha e^{-\varkappa(2l-x)}) \frac{2\pi}{\lambda} \sin 2\pi \frac{x-\varepsilon}{\lambda} +$$

$$+ i\left[(e^{-\varkappa x} - \alpha e^{-\varkappa(2l-x)}) \frac{2\pi}{\lambda} \cos 2\pi \frac{x-\varepsilon}{\lambda} -\right.$$

$$\left. - (e^{-\varkappa x} + \alpha e^{-\varkappa(2l-x)})\, \varkappa \sin 2\pi \frac{x-\varepsilon}{\lambda}\right]. \tag{19}$$

Tryckvariationerna i punkten x kunna skrivas under formen

$$\partial p = B \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\varepsilon}{\lambda} - \frac{\delta}{\lambda}\right) - \Theta\right] \tag{20}$$

Θ är sålunda den fas, med vilken *tryckvariationerna* i punkten x följa *efter svängningarna* i punkten $x = \varepsilon$.

Av ekv. (19) synes, att Θ bestämmes ur ekv.

$$\operatorname{tg}\Theta = \frac{\frac{\varkappa\lambda}{2\pi} - \frac{1-\alpha e^{-2\varkappa(l-x)}}{1+\alpha e^{-2\varkappa(l-x)}}\cot 2\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda}}{1+\frac{1-\alpha e^{-2\varkappa(l-x)}}{1+\alpha e^{-2\varkappa(l\ \ x)}}\frac{\varkappa\lambda}{2\pi}\cot 2\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda}}.$$

Sättes

$$-\frac{1-\alpha e^{-2\varkappa(l-x)}}{1+\alpha e^{-2\varkappa(l-x)}}\cot 2\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda} = \operatorname{tg}\psi, \tag{21}$$

och

$$\frac{\varkappa\lambda}{2\pi} = \operatorname{tg}\omega, \tag{22}$$

så blir

$$\Theta = \omega + \psi. \tag{23}$$

Ur ekv. (17), (18) och (19) erhålles som värde på tryckvariationernas amplitud:

$$B = \frac{a\,p\,k\sqrt{\varkappa^2+\frac{4\pi^2}{\lambda^2}}}{\sqrt{1+\alpha^2\alpha'^2e^{-\varkappa 4l}-2\alpha\alpha' e^{-\varkappa 2l}\cos 2\pi\frac{2\varepsilon}{\lambda}}}\cdot$$

$$\cdot\sqrt{(e^{-\varkappa x}-\alpha e^{-\varkappa(2l-x)})^2+4\alpha e^{-\varkappa 2l}\sin^2 2\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda}}. \tag{24}$$

Vi hava sålunda bestämt amplituden B och fasen Θ i ekv. (20). Dämpningen gör, att fasen fördröjs en viss vinkel ω, bestämd genom ekv. (22). Denna är dock konstant längs hela röret; fasens förändring längs röret uttryckes genom ekv. (21).

Amplitudens och fasens variation med x äro åskådliggjorda i fig. 2, där jag för enkelhetens skull antagit, att ε och ν äro lika med noll. — De förändringar, som inträda, om så ej är förhållandet, framgå lätt av det följande. — För att ej göra

figuren för stor har jag även antagit rörlängden vara blott 3/4 våglängd.

För $\varkappa = 0$ och $\alpha = 1$ erhålles den rena stående vågrörelsen, där tryckvariationerna äro noll i bukarna och maximum i noderna, fasen konstant inom området mellan två successiva bukar och fasdifferensen mellan två successiva sådana områden 180°. Kurvan 1 visar amplitudens (naturligtvis i godtycklig skala) och kurvan 2 fasens förändring längs röret i detta fall.

För $\varkappa = 0$ men $\alpha < 1$ blir fortfarande amplituden maximum i punkterna $x = \lambda/4,\ 3\lambda/4,\ 5\lambda/4$ o. s. v. och minimum i punkterna $x = 0,\ 2\lambda/4,\ 4\lambda/4$, o. s. v. Alla maxima resp. minima äro

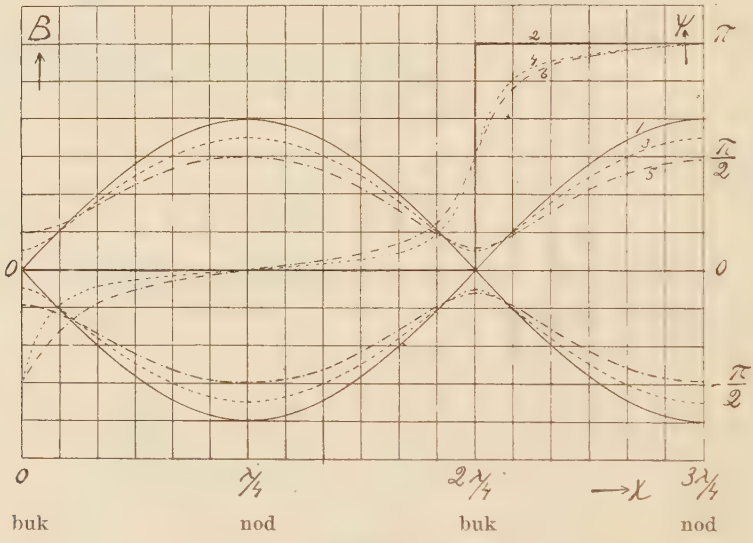


Fig. 2.

lika stora, men minima äro ej lika med noll. Fasen kastar ej plötsligt om 180° i bukarna, utan övergången sker kontinuerligt. Fasdifferensen mellan två punkter x och $x + \lambda/2$ är dock fortfarande 180°. Kurvorna 3 och 4 äro amplitud- resp. faskurvan för $\alpha = 0{,}75$.

Om även $\varkappa > 0$, komma amplitudens maxima att ligga i punkter, där x är något mindre än $\lambda/4,\ 3\lambda/4,\ 5\lambda/4$ o. s. v., och dess minima i punkter, där x är något större än $0,\ 2\lambda/4,\ 4\lambda/4$ o. s. v. Såväl maxima som minima bliva mindre ju större x är. Faskurvan ψ skär den motsvarande kurvan — som erhålles,

om $\varkappa = 0$ — i punkterna $x = 0,\ \lambda/4,\ 2\lambda/4,\ 3\lambda/4$ o. s. v., men emellan dessa punkter är den mindre krökt än denna. Avvikelsen mellan kurvorna är större, ju längre vi avlägsna oss från rörets botten. Kurvan 5 visar amplitudens och kurvan 6 fasens variation för $\varkappa\lambda = 0{,}24$ och $\alpha = 0{,}75$.

Vi diskutera nu först uttrycket på amplituden B, ekv. (24). Enbart sista faktorn bestämmer amplitudens variation längs röret, och läget av maxima och minima erhålles genom differentiering av funktionen under sista rotmärket. Sättes denna derivata lika med noll, finner man

$$\sin 4\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda} = \frac{\varkappa\lambda}{4\pi}\left[\frac{e^{2\varkappa(l-x)}}{\alpha} - \frac{\alpha}{e^{2\varkappa(l-x)}}\right].$$

Värdet av $\varkappa\lambda$ var vid mina försök 0,0161. Binomets värde blir störst för litet värde på α och stort värde på $l-x$. Det minsta uppmätta värdet på α, då läget av ett minimum bestämts, var $> 0{,}4$, och då var $l-x = \lambda/4$. För dessa värden erhålles $\sin 4\pi\frac{x-\varepsilon}{\lambda} < 0{,}003$. Sättes $\lambda = 132$ cm., motsvarar denna korrektion en ändring i x-värdet på $< 0{,}3$ mm. I de fall, då α hade så litet värde, spelar denna korrektion ingen roll. Sättes $\alpha > 0{,}7$ och $l-x = 5\lambda/4$, blir korrektionen hos $x < 0{,}1$ mm. Vi kunna då helt försumma dessa korrektioner och anse, att maxima ligga i punkterna $x-\varepsilon = \lambda/4,\ 3\lambda/4,\ 5\lambda/4$ o. s. v. och minima i punkterna $x-\varepsilon = 0,\ 2\lambda/4,\ 4\lambda/4$ o. s. v.

I det följande vill jag kalla det minimum, som ligger närmast bottenplattan, min. I, det närmast följande min. II o. s. v. Avståndet från bottenplattan till min. I är

$$l - (\varepsilon + 2n\lambda/4) = \lambda/4 - \nu$$

och till min. II

$$3\lambda/4 - \nu \quad \text{o. s. v.}$$

Om $\nu = 0$, d. v. s. fasförlusten vid reflexionen 180°, ligger således min. I på avståndet $\lambda/4$ från rörets botten. Omvänt kan man genom att bestämma läget av min. I beräkna fasförlusten vid reflexionen.

Av ekv. (24) synes, att amplituden i röret är störst, om $\varepsilon = 0$, d. v. s. röret inställt på resonans. För $\varkappa = 0$ och $\alpha = 1$ blir amplituden noll i alla minima, även om $\varepsilon \neq 0$. Det är sålunda omöjligt att förstå, varför TUMA[1], när botten utgjordes av vatten, ej fick noll i minima, förrän han inställt röret på resonans. Är $\varkappa = 0$, kommer vid ändring av ε amplituden att ändras i samma proportion längs hela röret. Förhållandet mellan amplituderna i maxima och minima är då ej beroende av resonansinställningen. Detta förhållande blir

$$\frac{\mathrm{Am}\,(dp)_{\lambda/4}}{\mathrm{Am}\,(dp)_{\lambda/2}} = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}.$$

Denna formel är identisk med TUMA's, om α utbytes mot $1-\alpha$.

WEISBACH[2] förklarar TUMA's formel ogiltig, såvida ej svängningsmaximum och -minimum ligga på avstånden $\lambda/4$ resp. $\lambda/2$ från rörets botten (då är $\nu = 0$), och motiverar detta med att han ibland erhåller värden, som göra ovannämnda förhållande < 1. Detta beror på att WEISBACH missförstått formeln och i stället för förhållandet mellan amplituderna i maximum och minimum tar förhållandet mellan svängningsamplituderna på avstånden $\lambda/4$ och $\lambda/2$ från rörets botten.

När botten utgöres av en membran, som kommer i tvungna svängningar, består den reflekterade vågen av två delar, u_r och u_s (se sid. 8 och 9). Dessa kunna dock alltid tänkas sammansatta till en våg av en viss amplitud och en viss fas men av samma svängningstal som den infallande vågen. Denna »Übereinanderlagerung» av två vågor kan sålunda ej förklara, att WEISBACH[3] för en konstant amplitud på den infallande vågen finner en samtidig ökning av amplituden i maximum och minimum, när tjockleken hos den reflekterande membranen ökas. Detta kan endast bero på felkällor i hans försöksanordning.

Vi vända oss nu till uttrycket på fasen för tryckvariationerna, ekv. (21). Vi antaga, att vi experimentellt kunna mäta fasdifferensen mellan tvenne punkter x_1 och x_2, belägna på ömse sidor om och lika långt från ett minimum x_0, och vilja se, hur man

[1] a. a. sid. 406.

[2] a. a. 9 sid. och 64.

[3] a. a. sid. 62.

ur denna bestämning kan beräkna bottens reflexionsförmåga α. Låta vi x_2 vara den punkt, som ligger närmast rörets öppna ände, och införa beteckningen

$$\bar{x_1} = x_1 - x_0 = x_0 - x_2,$$

så är $\bar{x_1}$ alltid positiv.

Sätta vi

$$\left.\begin{aligned} \alpha\, e^{-2\varkappa(l-x_0)} &= \alpha_0 \\ \alpha\, e^{-2\varkappa(l-x_1)} &= \alpha_1 \\ \alpha\, e^{-2\varkappa(l-x_2)} &= \alpha_2 \end{aligned}\right\}, \tag{25}$$

blir

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_0\, e^{2\varkappa\bar{x_1}} \\ \alpha_2 &= \alpha_0\, e^{-2\varkappa\bar{x_1}} \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

och

$$\alpha_1 \alpha_2 = \alpha_0^2. \tag{27}$$

Betyda ψ_1 och ψ_2 värdet av ψ i x_1 och x_2 resp., erhålles enligt ekv. (21)

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1-\alpha_1}{1+\alpha_1}\cot 2\pi\frac{x_1-\varepsilon}{\lambda} &= \operatorname{tg}\psi_1 \\ -\frac{1-\alpha_2}{1+\alpha_2}\cot 2\pi\frac{x_2-\varepsilon}{\lambda} &= \operatorname{tg}\psi_2 \end{aligned}\right\}. \tag{28}$$

Nu är

$$x_1 - \varepsilon = x_0 - \varepsilon + \bar{x_1}$$

$$x_2 - \varepsilon = x_0 - \varepsilon - \bar{x_1},$$

och

$$x_0 - \varepsilon = 2\,n\,\lambda/4,$$

alltså

$$\left.\begin{aligned} \cot 2\pi\frac{x_1-\varepsilon}{\lambda} &= \cot 2\pi\frac{\bar{x_1}}{\lambda} \\ \cot 2\pi\frac{x_2-\varepsilon}{\lambda} &= -\cot 2\pi\frac{\bar{x_1}}{\lambda} \end{aligned}\right\}. \tag{29}$$

Vi kunna även sätta (se fig. 2)

$$\psi_1 = n\pi - \psi_{1n}$$
$$\psi_2 = (n-1)\pi + \psi_{2n},$$

där ψ_{1n} och ψ_{2n} alltid ligga mellan 0 och $\frac{\pi}{2}$ samt äro ungefär lika stora. Alltså är

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\psi_1 &= -\operatorname{tg}\psi_{1n} \\ \operatorname{tg}\psi_2 &= \operatorname{tg}\psi_{2n} \end{aligned}\right\}. \tag{30}$$

Ur ekv. (28) få vi enligt ekv. (29) och (30)

$$\left.\begin{aligned} \frac{1-\alpha_1}{1+\alpha_1}\cot 2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda} &= \operatorname{tg}\psi_{1n} \\ \frac{1-\alpha_2}{1+\alpha_2}\cot 2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda} &= \operatorname{tg}\psi_{2n} \end{aligned}\right\}. \tag{31}$$

Vi bestämma experimentellt $\frac{\psi_{1n}+\psi_{2n}}{2}$ samt beräkna ur ekv.

$$\frac{1-\alpha_I}{1+\alpha_I}\cot\frac{2\pi\bar{x}_1}{\lambda} = \operatorname{tg}\frac{\psi_{1n}+\psi_{2n}}{2} \tag{32}$$

en storhet α_I som approximativt värde på α_0. Denna approximation innebär, att vi anse fasdifferensen mellan punkterna x_1 och x_2 vara densamma, som om vågen mellan dessa punkter vore odämpad och förhållandet mellan den reflekterade och den infallande vågens amplituder inom detta område konstant och lika med detta förhållandes värde α_0 i punkten x_0. Vi vilja undersöka det fel, som begås vid denna approximation.

Genom att enligt formeln

$$\frac{1-\operatorname{tg}\psi_{1n}\operatorname{tg}\psi_{2n}}{\operatorname{tg}\psi_{1n}+\operatorname{tg}\psi_{2n}} = \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\psi_{1n}+\psi_{2n}}{2}}{2\operatorname{tg}\frac{\psi_{1n}+\psi_{2n}}{2}}$$

ur ekv. (31) och (32) eliminera ψ_{1n} och ψ_{2n} erhålles

$$\frac{1-\frac{1-\alpha_1}{1+\alpha_1}\frac{1-\alpha_2}{1+\alpha_2}\cot^2 2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}}{\left(\frac{1-\alpha_1}{1+\alpha_1}+\frac{1-\alpha_2}{1+\alpha_2}\right)\cot 2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}} = \frac{1-\left(\frac{1-\alpha_I}{1+\alpha_I}\right)^2\cot^2 2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}}{2\frac{1-\alpha_I}{1+\alpha_I}\cot 2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}}. \quad (33)$$

Denna ekv. ger med stöd av ekv. (27)

$$\frac{(1+\alpha_1)(1+\alpha_2)}{1-\alpha_0^2}-\frac{(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)}{1-\alpha_0^2}\cot^2 2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda} = \frac{1+\alpha_I}{1-\alpha_I}-\frac{1-\alpha_I}{1+\alpha_I}\cot^2 2\pi\frac{x_1}{\lambda}. \quad (34)$$

Ekv. (26) kunna skrivas

$$\left.\begin{aligned}\alpha_1 &= \alpha_0\left(1+\frac{2\,z\,x_1}{1}+\frac{4\,z^2\,x_1^2}{2!}+\cdots\right)\\ \alpha_2 &= \alpha_0\left(1-\frac{2\,z\,x_1}{1}+\frac{4\,z^2\,\bar{x}_1^2}{2!}-\cdots\right)\end{aligned}\right\},$$

alltså, om vi försumma termer av högre ordning,

$$\alpha_1+\alpha_2 = 2\alpha_0\left(1+\frac{4\,z^2\,x_1^2}{2!}\right).$$

Vi erhålla då

$$\frac{(1+\alpha_1)(1+\alpha_2)}{1-\alpha_0^2} = \frac{1+\alpha_0}{1-\alpha_0}+\frac{4\,z^2\,\bar{x}_1^2\,\alpha_0}{1-\alpha_0^2}$$

och

$$\frac{(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)}{1-\alpha_0^2} = \frac{1-\alpha_0}{1+\alpha_0}-\frac{4\,z^2\,\bar{x}_1^2\,\alpha_0}{1-\alpha_0^2}.$$

Införas dessa värden i ekv. (34), få vi

$$\frac{1-\alpha_0}{1-\alpha_0}-\frac{1-\alpha_0}{1-\alpha_0}\cot^2 2\pi\frac{x_1}{\lambda}+\frac{4\,z^2\,x_1^2\,\alpha_0}{1-\alpha_0^2}\left(1+\cot^2 2\pi\frac{x_1}{\lambda}\right) = \frac{1+\alpha_I}{1-\alpha_I}-\frac{1-\alpha_I}{1+\alpha_I}\cot^2 2\pi\frac{x_1}{\lambda}. \quad (35)$$

Vi sätta nu

$$\frac{1+\alpha_0}{1-\alpha_0}=a_0 \quad \text{och} \quad \frac{1+\alpha_I}{1-\alpha_I}=a_I. \tag{36}$$

Ekv. (35) får då följande utseende

$$a_I - a_0 = \frac{\frac{\varkappa^2\lambda^2}{\pi^2}\alpha_0}{1-\alpha_0^2}\cdot\frac{\left(2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}\right)^2}{\sin^2 2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{a_I a_0}\cot^2 2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}}. \tag{37}$$

Vi se då, att $a_I - a_0$ är produkten av tre faktorer A, B och C. Vi diskutera dessas maximivärden var för sig.

Första faktorn

$$A=\frac{\frac{\varkappa^2\lambda^2}{\pi^2}\alpha_0}{1-\alpha_0^2}$$

är större, ju större α_0 och ju större $\varkappa$ är. Största möjliga värdet på α_0 för ett givet värde på $\varkappa$ bestämmes genom ekv.

$$\alpha_0 = 1\,.\,e^{-2\varkappa(l-x)}, \text{ (botten totalreflekterande)},$$

där $l-x=n\lambda/4$, och $n=1$, 3, 5 för min. I, II, III resp.[1] α_0 är sålunda störst för $n=1$.

Alltså är

$$A \leqq \frac{\varkappa^2\lambda^2}{\pi^2}\cdot\frac{1}{e^{\varkappa\lambda/2}-e^{-\varkappa\lambda/2}}.$$

Sättes $\varkappa\lambda = 0{,}0161$, så blir

$$A < 0{,}0016.$$

Andra faktorns,

$$B=\frac{\left(2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}\right)^2}{\sin^2 2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}},$$

värde är 1 för $2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}=0$ och ökas sedan med vinkeln. Alla

[1] Vi hava då antagit $\nu=0$.

de värden på $\bar{x}_1$, som använts, ha varit så små, att $2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda} < 60°$. Då är

$$B < 1{,}5.$$

Tredje faktorn

$$C = \frac{1}{1 + \frac{1}{a_I a_0}\cot^2 2\pi\frac{x_1}{\lambda}}$$

måste alltid vara < 1.

Ekv. (37) ger då

$$a_I - a_0 < 0{,}0016 \,.\, 1{,}5 \,.\, 1 = 0{,}0024.$$

Då differensen är så liten, kunna vi använda differentialformel och skriva

$$\alpha_I - \alpha_0 = d\alpha_I, \quad a_I - a_0 = da_I.$$

Genom differentiering av ekv. (36) erhålles

$$\frac{2\,d\,\alpha_I}{(1-\alpha_I)^2} = da_I.$$

Sättes $da_I = 0{,}0024$, så blir

$$d\alpha_I = (1-\alpha_I)^2 \,.\, 0{,}0012.$$

För $\alpha_I = 0{,}4$ blir $d\alpha_I = 0{,}0004$ och

för $\alpha_I = 0{,}7$ blir $d\alpha_I = 0{,}0001$.

Då det fel, som göres genom denna approximation, är så litet, lämna vi det utan avseende och sätta

$$\alpha_I = \alpha_0. \tag{38}$$

Införes

$$\frac{\psi_{1n} + \psi_{2n}}{2} = \Phi \tag{39}$$

kunna vi enligt ekv. (25), (32) och (38) skriva

$$\frac{1-\alpha\, e^{-2\varkappa(l-x_0)}}{1+\alpha\, e^{-2\varkappa(l-x_0)}}\cot 2\pi\frac{\overline{x_1}}{\lambda}=\operatorname{tg}\,\Phi$$

eller

$$\alpha\, e^{-2\varkappa(l-x_0)}=\frac{\cos\left(2\pi\frac{\overline{x_1}}{\lambda}+\Phi\right)}{\cos\left(2\pi\frac{\overline{x_1}}{\lambda}-\Phi\right)}. \qquad (40)$$

Resonansröret var ungefär 7/4 våglängd ($l_0=7\,\lambda/4$). Min. I, II och III ligga då i punkterna[1] $x-\varepsilon=3\,\lambda/2$, $2\,\lambda/2$, och $\lambda/2$ resp. Värdet av $2(l-x_0)$ blir för min. I, II, och III $\lambda/2-2\,\nu$, $3\,\lambda/2-2\,\nu$, och $5\,\lambda/2-2\,\nu$ resp.

Vi sätta i det följande

$$\left.\begin{aligned}\alpha\, e^{-\varkappa(\lambda/2-2\nu)}&=\alpha_{\mathrm{I}}\\ \alpha\, e^{-\varkappa(3\lambda/2-2\nu)}&=\alpha_{\mathrm{II}}\\ \alpha\, e^{-\varkappa(5\lambda/2-2\nu)}&=\alpha_{\mathrm{III}}\end{aligned}\right\} \qquad (41)$$

och erhålla då

$$\alpha_{\mathrm{I}}\,\alpha_{\mathrm{III}}=\alpha_{\mathrm{II}}^2, \qquad (42)$$

$$e^{\varkappa\lambda}=\frac{\alpha_{\mathrm{I}}}{\alpha_{\mathrm{II}}}=\frac{\alpha_{\mathrm{II}}}{\alpha_{\mathrm{III}}}=\sqrt{\frac{\alpha_{\mathrm{I}}}{\alpha_{\mathrm{III}}}} \qquad (43)$$

och

$$\left.\begin{aligned}(\alpha\, e^{\varkappa 2\nu})^2&=\frac{\alpha_{\mathrm{I}}^3}{\alpha_{\mathrm{II}}}\\ (\alpha\, e^{\varkappa 2\nu})^4&=\frac{\alpha_{\mathrm{I}}^5}{\alpha_{\mathrm{III}}}\\ (\alpha\, e^{\varkappa 2\nu})^2&=\frac{\alpha_{\mathrm{II}}^5}{\alpha_{\mathrm{III}}^3}\end{aligned}\right\}. \qquad (44)$$

Sedan Φ experimentellt bestämts, kunna vi således genom ekv. (40) beräkna α_{I}, α_{II} och α_{III}. Ur ekv. (43) erhålla vi dämpningen och sedan ur ekv. (44) α. Genom ekv. (42), (43) och (44) kunna vi kontrollera, huruvida vårt antagande, att vågen under sitt fortskridande i röret dämpas exponentiellt, är riktigt.

[1] Se sid. 33.

APPARATERNA.

A. Ljudkällan.

Vid alla mätningar inom akustiken är, som jag redan förut nämnt, en av de största svårigheterna att erhålla en konstant, ren ton. Som ljudkällor hava för detta ändamål nästan uteslutande använts orgelpipor och stämgafflar. Nöjer man sig med en relativt svag ton, är orgelpipan, anblåst med ett konstant tryck, en god ljudkälla. Ökas anblåsningstrycket för att få en starkare ton, uppkomma emellertid även övertoner. Taylor[1] försökte få bort dessa genom att låta ljudet passera genom ett slags ljudfilter — ett rör med fyra ansatsrör, avstämda för pipans fyra första övertoner.

Stämgaffeln försedd med resonanslåda är den ljudkälla, som på samma gång ger den renaste och kraftigaste tonen. Svårigheten är här att få stämgaffeln att gå konstant. Många metoder äro härtill föreslagna, men ingen synes vara allmänt erkänd. Den hittills bästa och mest använda torde vara att mata stämgaffeln elektromagnetiskt med en ström, som avbrytes genom en annan, synkron stämgaffel. Många författare säga dock, att de härmed erhålla en konstant ton endast under en kortare tid.

Jag använde i början av mina försök en med resonanslåda försedd elektriskt driven stämgaffel med platinaavbrytare (*M. Th. Edelmann,* München). Svängningstalet uppgives vara 258,6 per sekund. Resonanslådan är gjord av 6 mm. tjocka furubräder och dess inre dimensioner äro 29,75 × 8,1 × 4,3 cm. Spolen, som kan förskjutas mellan gaffelns skänklar, har ett motstånd av 0,54 ohm. Stämgaffeln matades genom ett lämpligt förkopplingsmotstånd med ett ackumulatorbatteri på 10 volt, och strömmen genom spolen var c:a 1 amp. Genom att parallellt med avbry-

[1] a. a. sid. 273.

taren koppla dels en kondensator på 0,88 M. F., dels en 10 volts glödlampa, förminskades gnistan i avsevärt hög grad. Med denna anordning kunde jag erhålla en konstant ton under en tid av 10—15 minuter, men knappast mera.

I det följande förbättrades anordningen, och jag satte då samma stämgaffel i tvungna svängningar genom att genom dess spole sända en pulserande likström. Om denna var i resonans med stämgaffelns egensvängning, erhöll jag en mycket kraftig ton. För att åstadkomma denna pulserande likström använde jag ett generatorrör med »Selbsterregung». Kopplingen gjordes efter schemat i fig. 3. Glödströmmen alstras genom batteriet K och regleras med motståndet R_K. A är anodbatteriet och G gitterspolen. Svängningskretsen utgöres av en större självinduk-

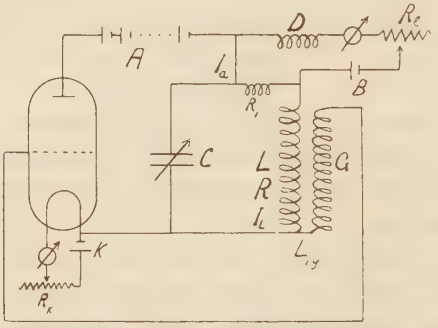


Fig. 3.

tion L med ohmska motståndet R, stämgaffelns spole med motståndet R_1 — dess självinduktion kunna vi försumma vid sidan av L — samt kapaciteten C. Ömsesidiga induktionskoefficienten mellan gitterspolen och självinduktionen må vara L_{1g}. Växelströmkomponenten hos anodströmmen kalla vi I_a och hos strömmen genom självinduktionen I_L. Växelspänningen på gitterspolen beteckna vi med E_g. Om svängningskretsens frekvens är n, så gäller

$$(2\pi n)^2 = \omega^2 = \frac{1}{LC}.$$

Man finner då lätt

$$I_a = I_L \frac{R + R_1}{L\omega}. \qquad (45)$$

Kallas motståndsoperatorn för hela svängningskretsen R_a, så är approximativt, då $R + R_1$ är litet i förhållande till ωL,

$$R_a = \frac{L^2\omega^2}{R + R_1}. \tag{46}$$

Gitterspänningen E_g bestämmes ur ekv.

$$E_g = L_{1g}\frac{dI_L}{dt}.$$

Man finner då

$$\frac{E_g}{I_a} = \frac{L_{1g}\omega^2 L}{R + R_1}. \tag{47}$$

Nu skall n vara 258,6, alltså

$$\omega = 2\pi n \approx 1\,600.$$

Antaga vi, att strömstyrkan I_L genom stämgaffelns spole liksom förut skall vara 1 amp., erhålles ur ekv. (45), (46) och (47)

$$I_a = \frac{R + R_1}{L \,.\, 1\,600}, \tag{48}$$

$$R_a = \frac{L^2(1\,600)^2}{R + R_1}, \tag{49}$$

$$\frac{E_g}{I_a} = \frac{L_{1g}(1\,600)^2 L}{R + R_1}. \tag{50}$$

På institutionen funnos tillgängliga generatorrör, inköpta från *Radio-Apparate Gesellschaft,* Berlin. Glödtråden fordrar en strömstyrka av 2,99 amp., och effekten uppgives vara 10 watt för 400 volts anodspänning och 20 watt för 800 volts anodspänning. Jag använde av praktiska skäl endast 220 volts anodspänning.

För ett sådant rör bestämde jag experimentellt likströmskarakteristiken och beräknade därur rörets svängningskarakte-

ristik[1], d. v. s. sambandet mellan I_a och E_g med R_a som parameter. Denna visade, att största värdet på I_a, som kan erhållas ur röret, är omkring 0,03 amp. Sålunda måste enligt ekv. (48) L vara stort och R litet, d. v. s. vi måste till självinduktionen använda tjock ledningstråd. Är en självinduktion L henry lindad på mest ekonomiska sätt av ledningstråd, vars diameter med isolation är D mm. och utan isolation d mm., så är dess ohmska motstånd[2]

$$R = 1\,727{,}4\,\frac{0{,}017\,.\,D^{2/5}\,L^{3/5}}{d^2}\ \text{ohm}. \qquad (51)$$

1 727,4 är här en konstant, och 0,017 är kopparns specifika ledningsmotstånd. Vi välja nu olika slags ledningstråd och olika värden på L samt beräkna R enligt ekv. (51). Värdena av L, R och R_1 insättas i ekv. (48) och (49), varur motsvarande värden på I_a och R_a erhållas. Ur rörets svängningskarakteristik synes då omedelbart, huruvida vi för detta värde på R_a kunna erhålla en tillräckligt stark strömstyrka I_a. Ekv. (50) ger oss sedan det värde på L_{1g}, som fordras för att få ett tillräckligt stort värde på E_g. Efter ett sådant utprovande lindade jag en spole av 4 mm.[2] gummiisolerad koppartråd — yttre diameter c:a 5 mm. Spolens konstanter äro följande:

Antal varv: 483 (21 lager med 23 varv per lager).
Inre radie: 14,25 cm.
Yttre radie: 24,75 cm.
Höjd: 13,3 cm.
Ohmskt motstånd: 2,41 ohm.
Självinduktion: 0,0837 henry.

För att få resonans med stämgaffeln fordras då en kapacitet på ungefär 4,5 M. F. Jag hade till mitt förfogande fem stycken telefonkondensatorer (typ R I 551, från *Allmänna Telefonaktiebolaget L. M. Ericson*, Stockholm) med uppgiven kapacitet 2 M. F. Vid uppmätning befanns dock denna vara resp. 1,67, 1,77, 1,80, 1,74 och 1,90 M. F. Av dessa kopplades de tre första i serie och de två senare parallellt med dem. Därigenom erhölls

[1] Metoden, enligt vilken en sådan räkning utföres, återfinnes hos t. ex. H. G. Möller, Die Elektronenröhren. Braunschweig 1920.

[2] E. Orlich, Kapazität und Induktivität. Braunschweig 1909, sid. 88.

sålunda en sammansatt kondensator på 4,22 M. F. Parallellt med denna kopplades sedan en variabel papperskondensator, varmed den noggrannare resonansinställningen kunde göras. Den totala kapaciteten vid resonans uppgick till ungefär 4,4 M. F., således mindre än den beräknade. Detta beror på att vi ej tagit stämgaffelspolens självinduktion med i räkningen.

Då gitterspolen endast tjänar att reglera spänningen på gittret och sålunda ej behöver tåla någon stark ström, använde jag till denna spole 0,5 mm. 2 × silkesomspunnen koppartråd — yttre diameter 0,6 mm. För att stärka isoleringen lades mellan varje lager en pappersremsa. Spolens konstanter äro följande:

Antal varv: 1 724 (42 lager med 41 à 42 varv i varje lager).
Inre radie: 25,0 cm.
Yttre radie: 27,8 cm.
Höjd: 25,0 cm.
Ohmskt motstånd: 246,5 ohm.

Ömsesidiga induktionen mellan spolarna reglerades genom att variera avståndet mellan dem. Som anodbatteri användes stadsledningen på 220 volt. Glödströmmen erhölls från ett ackumulatorbatteri på 10 volt.

Genom stämgaffelns spole sändes förutom växelströmmen en likström på 1 amp. Den resulterande strömmen blev då en pulserande likström av samma period som stämgaffeln. Likströmmen erhölls från ett ackumulatorbatteri B (se fig. 3) på 10 volt och reglerades genom ett motstånd R_1. I denna ledning inkopplades även en drosselspole D för att hindra växelströmmen att gå genom batteriet B.

Med denna anordning erhöll jag en konstant gång på stämgaffeln under godtyckligt lång tid.

B. **Mottagningsapparaten. En ny ljudkänslig membran med variabel egenfrekvens.**

Som jag redan har påpekat, hava förut gjorda undersökningar givit dåliga resultat på grund av svårigheten att noggrant uppmäta amplituden eller intensiteten i minima. Då jag i stället mätte fasen i röret, behövde jag ingen intensitetsmätnings-

apparat men väl en pålitlig och känslig registreringsapparat. En mängd olika konstruktioner utfördes, provades och förkastades av olika skäl. Efter långt och tidsödande arbete lyckades det mig att konstruera en ljudkänslig membran, som var fullt tillfredsställande.

Fig. 4 visar ett tvärsnitt av apparaten; i fig. 5 är den sedd uppifrån. Själva membranen M är en cirkulär, 0,01 mm. tjock glimmerplatta, som medelst sex skruvar fastklämmes i en mässingsfattning BC av det utseende, som figuren visar. Ringen C är 7,0 mm. tjock, dess yttre diameter 80,0 mm. och dess inre diameter 62,0 mm. Denna senare är tydligen lika med diametern på membranens rörliga del. Fattningens botten B är i sin

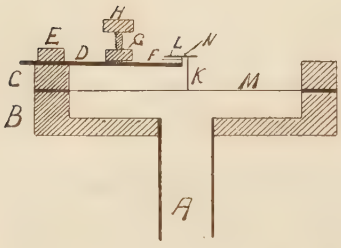


Fig. 4.

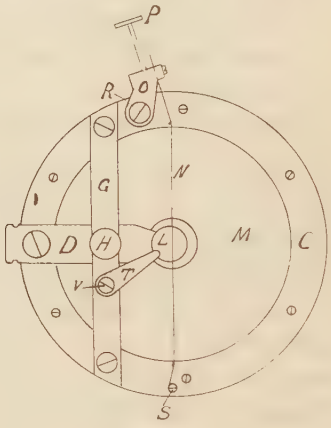


Fig. 5.

yttre del 11,2 mm. tjock och i sin inre del 4,7 mm. Avståndet mellan membranen och botten är således 6,5 mm. I mitten är botten försedd med ett hål och ett 12,3 mm. vitt ansatsrör A, varigenom ljudet inkommer. I en skåra i den övre ytan av ringen C löper en 10,0 mm. bred och 1,3 mm. tjock mässingsskena D, som medelst en skruv E kan fastlåsas vid C i önskat läge. Skenan D är, som fig. 5 visar, avfilad i ena änden, och vinkelrät mot dess plan och längdriktning är där fastlödd en 4,0 mm. bred stålegg F — en del av ett rakblad. Eggens övre kant befinner sig 2,0 mm. över skenan D. Ovanpå ringen C och vinkelrät mot skenan D är fastskruvad en 3,0 mm. tjock och 7,0 mm. bred mässingsstav G. Dess mitt befinner sig ungefär 17,5 mm.

på sidan om membranens centrum. I staven G gängar skruven H, vars nedre ände stöder mot skenan D, och varmed man sålunda kan reglera höjden av eggen F. I membranens mitt och vinkelrät mot densamma finnes en 8,0 mm. lång stålstav K — en del av en synål. Dess avstånd från eggen F är ungefär 1 mm. På eggen F och spetsen K vilar en liten plan, cirkulär spegel L, 0,5 mm. tjock och 9,0 mm. i diameter. Den lägges så, att dess mittpunkt ligger över eggens mitt. Tvärs över spegeln mellan spetsen K och eggen F samt parallellt med den senare går en järntråd N (diameter 0,1 mm.), vars läge fixeras medelst tvenne i ringen C inslagna stift (se fig. 5). Trådens ena ände är fastsatt vid ringen C med en skruv S, och dess andra ände är fastklämd vid ett mässingsstycke O. Detta är fastsatt vid ringen C med en skruv R och är vridbart omkring denna. Dess läge och därmed även spänningen i järntråden N kan regleras med skruven P, som gängar i stycket O och stöder mot ytan av fattningens botten B. Spegelns övre yta ligger ungefär 1,5 mm. över ringens C yta. Därigenom kommer mitten av järntråden N att vara något högre än ändarna. Då tråden spännes, håller den sålunda spegeln pressad mot eggen F och spetsen av staven K, varigenom även denna senare hålles fastklämd mellan spegeln och membranen. Mässingsstycket T, som är vridbart omkring den i staven G fästade skruven V, tjänar endast till hjälp vid spegelns och stålstavens K fastsättande. Spegeln insättes då först mellan stycket T, eggen F och tråden N. Staven K hålles med en pincett i sitt riktiga läge, med skruven H sänkes eggen, tills spegeln stöder mot staven K och därvid lämnar stödet mot mässingsstycket T. Detta senare vrides sedan åt sidan.

Apparatens verkningssätt är omedelbart klart. Den genom A kommande ljudvågen försätter membranen i transversella svängningar. Härvid höjes och sänkes staven K, och spegeln utför svängningar omkring eggen F. Det svängande systemets egenperiod kan lätt varieras genom att medelst skruven P ändra spänningen i tråden N och därmed även membranens spänning. Den härigenom uppkommande vridningen av spegelns normal kan lätt kompenseras genom att med skruven H höja eller sänka eggen F. Apparaten kan sålunda inställas på resonans för tonen i fråga. Dämpningen hos det svängande systemet beror huvudsakligen på membranens tjocklek. Användes en tunn

membran, blir maximiamplituden stor och resonansen skarp, är membranen tjockare, blir resonanskurvan mera flack.

Ansatsröret *A* är förbundet med ena änden av ett U-formigt mässingsrör av variabel längd (den utdragbara delen av ett Quinkes interferensrör, diameter 12 mm.), vars andra ände genom en slang mynnar vid den punkt i rummet, där ljudförhållandena skola studeras. Genom tryckvariationerna därstädes uppkommer då i denna rörledning en stående våg, och membranen försättes i svängningar. För en viss retning vid öppna röränden äro vågens intensitet och membranens amplitud och svängningsfas beroende på rörlängden (resonans). Membranens amplitud och svängningsfas kunna sålunda varieras dels genom ändring av denna rörlängd, dels genom ändring av membranens egenfrekvens.

För att undersöka hur membranens amplitud och svängningsfas bero på ljudkällans, satte jag en liten spegel även på stämgaffelns ena skänkel, ställde upp membranen och stämgaffeln, så att speglarna voro vända mot varandra och deras svängningsaxlar vinkelräta. Den fria änden av slangen, som ledde till membranen, placerades i närheten av stämgaffelns skänklar. Om stämgaffelns resonanslåda borttogs, blev ljudet i rummet så svagt, att membranen ej störddes genom utifrån kommande ljudvågor. En ljusstråle träffade successivt de båda speglarna och uppfångades sedan på en fotografisk plåt. Ur den fotograferade svängningsfiguren (ellipsen) kunde då ett relativt mått på stämgaffelns och membranens amplituder erhållas samt fasdifferensen mellan svängningarna uppmätas. Detaljerna vid denna uppmätning framgå i det följande. I tabell I finnes för olika membranamplitud återgivet

Tabell I.

a	a/b	Ω°
33,0	1,09	2,3
27,6	1,10	2,4
23,0	1,12	2,6
18,1	1,09	2,8
13,4	1,11	3,0
8,8	1,11	3,4
4,5	1,10	3,8

förhållandet mellan membranens amplitud a (skaldelar, se nedan) och stämgaffelns amplitud b samt den uppmätta fasdifferensen Ω° mellan svängningarna. Som synes, är membranens amplitud proportionell mot stämgaffelns, men fasdifferensen ändras något med amplituden. Denna ändring visade sig för övrigt vara störst, när membranen och rörledningen voro inställda på resonans. Tabell I gäller för ett sådant läge på sidan om resonanspunkten, som i regel användes vid mätningarna. På grund av denna ändring kan fasdifferensen mellan tryckvariationerna i tvenne punkter i rummet mätas med apparaten, endast om amplituden i de båda punkterna är densamma. I annat fall måste en särskild korrektion införas.

C. Resonansröret.

Som resonansrör användes ett cirka 2 m. långt trärör. Det är sammanfogat av 8 stycken 3,5 cm. tjocka plankor, och inre avståndet mellan två motstående plankor (rörets vidd) är 15,0 cm. Rörets dimensioner hava valts så stora för att kunna undersöka flera minima och för att förminska väggarnas inflytande, vilket som bekant blir större, ju smalare röret är. Väggarna hava gjorts så tjocka för att så mycket som möjligt hindra, att de själva råka i svängningar, och att ljudet tränger igenom dem. Fig. 6 visar en genomskärning av röret, i fig. 7 är det sett från sidan. Vid ena ändytan av rörväggarna är fastlimmad en tunn gummiplatta för tätningens skull, och mot denna lägges den platta B, vars reflexionsförmåga skall mätas, och som sålunda utgör rörets botten. Plattan fasthålles genom en utanför densamma liggande träring T av samma inre area som röret, och som med tre järnstänger är förbunden med vid rörväggen fastskruvade vinkeljärn V. Genom vingmuttrar på järnstängerna fastklämmes det hela. Rörlängden varieras genom att mot rörets andra ända lägga träringar C av samma vidd som röret. Då den yttersta av dessa har större yttre dimensioner än de övriga, kunna ringarna, som äro tätade med paraffin, fasthållas vid röret på samma sätt som bottenplattan.

I rörets övre vägg äro längs röret uttagna tre stycken 2 cm. breda och 35 cm. långa springor Sp, vilkas mittpunkter äro be-

lägna på avstånden 33, 99 och 165 cm. från rörets botten. Springorna äro sedan täckta med en längs röret förskjutbar slid A av 2,4 m. längd och 5,5 cm. tjocklek. För att ljudvågen under sin gång genom röret ej skall sippra ut mellan väggen och sliden, måste denna sluta lufttätt till. Detta visade sig mycket svårt att åstadkomma. Efter flera försök lyckades det dock genom att bekläda rörväggen under sliden med filt samt genomdränka denna med en blandning av paraffin och paraffinolja i lämpliga proportioner. Om ändarna nu tilltäpptes, var röret lufttätt.

I sliden äro borrade tre hål, som, när sliden är i sitt medelläge, befinna sig över springornas mittpunkter. I hålen äro inslagna metallhylsor, i vilka kunna instickas mässingsrör *D* (mätrör), som med sin nedre ända räcka till resonansrörets mitt.

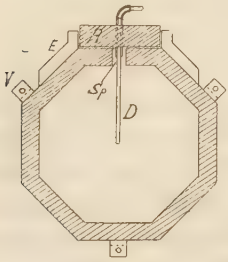
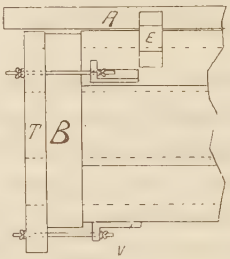


Fig. 6.



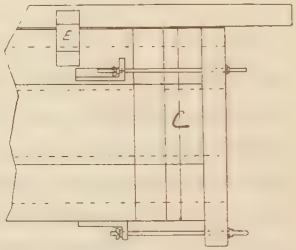


Fig. 7.

Genom dessa mätrör kunna tryckvariationerna i röret studeras, och genom att förskjuta träsliden kunna olika punkter längs rörets axel undersökas. Sliden styres medelst några vid rörväggen fastskruvade trästöd *E*, och förskjutningen sker med ett enkelt vindspel (ej synligt å fig.), som är fäst vid rörväggen.

Mätrören hava en inre diameter av 12,0 mm. och en yttre av 14,2 mm. För att få läget av den punkt i resonansröret, som undersökes, noggrannare bestämt äro rörens nedre ändar delvis tilltäppta, så att öppningen endast utgöres av en 1 mm. bred spalt, vinkelrät mot resonansröret. Avståndet från spaltens mittpunkt till rörets botten kan direkt avläsas på en vid rörväggen fastsatt skala medelst en vid sliden fästad index. Omedelbart ovanför sliden äro vinkelrör fastlödda vid mätrören.

D. Arbetsrummet och apparatuppställningen.

Undersökningarna utfördes i institutionens rum för konstant temperatur. För att så mycket som möjligt förminska de luftströmningar i rummet och därmed sammanhängande störningar av apparaten, som uppkommo genom blåst, eller när dörrarna i rummen bredvid öppnades och stängdes, tätades rummet omsorgsfullt. Fönstren tätades utifrån med kitt, ventiler och hål i väggarna igentäpptes, och dörrarna tätades med gummislangar.

I rummets mitt finnes en fast stenpelare, 1,3 m. hög. Vid sidan av och stödd mot denna upplades på klotsar resonansröret på två 0,6 m. höga träbockar. För att ligga stadigt pressades röret mot dessa stöd medelst tvenne stag till motstående vägg. Under arbetets gång visade det sig, att skakningar hos sliden och mätrören i de senare lätt åstadkommo extra ljudvågor — förutom dem, som inkommo genom spalten. För att förhindra sådana skakningar belastades vart och ett av de vid mätrören fastlödda vinkelrören med ett tackjärnstycke på c:a 25 kg. På själva sliden placerades dessutom sex stycken 10-kilogramsvikter.

För att minska ljudintensiteten i själva rummet och förhindra, att membranen störde genom utifrån kommande ljudvågor, måste stämgaffeln insättas i en ljudisolerande låda. Denna bör sålunda vara väl tätad och byggd av fast material, så att transversella svängningar hos väggarna ej förekomma. Jag använde därtill en av 7,3 cm. tjocka plankor gjord trälåda, vars inre höjd var 39,5 cm. och bottenyta 44,7×55,1 cm. Lådan, som var uppställd på fyra stadiga träben, tätades omsorgsfullt med paraffin. I den ena av de större sidoytorna var på lämpligt ställe uttaget ett rektangulärt hål, 24,4×22,1 cm. Detta anbragtes mitt för resonansrörets mynning, och den yttersta av de där befintliga träringarna, som var så stor, att den täckte hålet, fastskruvades vid lådans vägg. Lådan och resonansröret bildade då tillsammans ett slutet rum. För att stämgaffelstativets skakningar ej skulle fortplantas direkt genom lådans botten, ställdes det på fyra gummibollar. Detta visade sig vara mycket effektivt. Stämgaffelns resonanslåda befann sig då i jämnhöjd med resonansröret, och avståndet mellan deras mynningar

var 12,5 cm. För bestämning av temperaturen hos luften i resonansröret insattes i lådans vägg en termometer.

På själva stenpelaren var registreringsapparaten uppställd. För att kunna studera svängningsfasen hos den ljudkänsliga membranen omvandlade jag svängningen hos en mot membranens spegel reflekterad ljusstråle till en Lissajoussvängning. Detta skedde genom att låta ljusstrålen reflekteras ännu en gång mot spegeln på en likadan ljudkänslig membran, som var uppställd så, att speglarnas svängningsaxlar voro vinkelräta mot varandra. De båda membranerna monterades på sätt, som fig. 8 visar. För att skydda dem från de ljudvågor, som, trots stämgaffelns isolering, finnas i rummet, äro de omgivna med en låda av 3,7 cm. tjocka träplankor. Lådan är inuti 18,5 cm. hög, 12,0 cm. bred och 33,7 cm. lång. I tvenne hål i ena långsidan (den

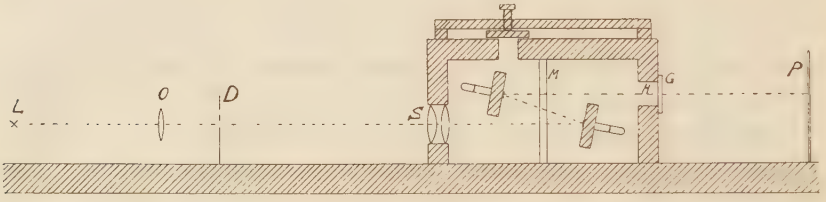


Fig. 8.

bakre å figuren) äro inpassade 12,0 mm. vida mässingsrör, som inuti lådan uppbära var sitt vinkelrör, i vilka de båda membranernas ansatsrör äro inskjutna. Dessa håls centra äro belägna, det ena 57 mm. från botten och 30 mm. från ena kortsidan, det andra 134 mm. från botten och 30 mm. från andra kortsidan. Membranerna äro parallella och hava den ställning, som fig. 8 visar. Den lägst sittande membranen vilja vi i det följande kalla den *första membranen* och den högst sittande den *andra membranen*. I lådans ena kortsida är inkittat ett fotografiskt objektiv *S* (Steinheils antiplanet, brännvidd 29 cm.) och i den andra borrat ett hål *H* (4,2 cm. i diameter), som sedan är täckt med en planparallell, 6,6 mm. tjock glasplatta *G*. För att förhindra att membranerna genom sina svängningar påverka varandra, vilket under arbetets gång visade sig vara fallet, är i lådan mellan membranerna uppsatt en vertikal vägg *M*, som i mitten utgöres av en planparallell glasplatta, 6,6 mm. tjock.

Ljuskällan *L* utgöres av en 6 volts Nitralampa. Vid normal spänning var strömstyrkan genom lampan 3 amp. För att höja ljusintensiteten ökade jag, genom att använda ett ackumulatorbatteri på 10 volt och ett litet förkopplingsmotstånd, strömstyrkan till 5 amp., vilket lampan visade sig tåla. *O* är en positiv lins, brännvid 7,5 cm. *D* är ett diafragma, framställt genom att i ett kopparbleck med en synål borra ett litet hål, vars diameter är ungefär 0,05 mm. *P* är en fotografisk plåt (ev. mattskiva), som genom ett slags korsbord är förskjutbar i horisontell och vertikal led. Ljuskällan *L*, linsen *O*, diafragmat *D*, objektivet *S* och den första membranspegelns mitt ligga på samma horisontella linje, 7,1 cm. från lådans botten. Den andra membranspegelns mitt och centrum av hålet *H* ligga också på en horisontell linje, 12,3 cm. över lådans botten. Alla dessa föremål befinna sig dessutom i samma vertikalplan. Avstånden äro följande: Från *L* till *O* 26,2 cm., från *O* till *D* 10,5 cm., från *D* till *S* 39 cm., från *S* till första membranspegeln 25,5 cm., mellan speglarna 14 cm., från sista spegeln till plåten 61,5 cm. Med linsen *O* projicieras en del av glödtråden på diafragmat. Av objektivet uppfångas ett ljusknippe, som sedan successivt träffar de båda membranspeglarna. Den slutliga bilden av diafragmat uppfångas på den fotografiska plåten. Speglarna äro monterade så, att den förstas svängningsaxel är vinkelrät mot det ovannämnda vertikalplanet och den andras ligger i detta plan. För att lätt kunna justera membranerna äro på lådans främre och övre vägg hål (det senare är synligt å fig. 8) uttagna mitt för membranerna. Dessa hål kunna täckas med luckor, som tätas med gummiremsor och pressas fast med en skruv.

De båda mässingsrören, som äro insatta i lådans bakre vägg, och som uppbära membranerna, äro förbundna med var sitt U-formigt rör av variabel längd, som omtalades å sid. 48. Dessa befinna sig på samma höjd som respektive rör i väggen och äro upplagda på stadiga brädunderlag samt belastade med blyvikter för att förhindra skakningar. Från det utdragbara rör, som är förbundet med den första membranen, leder sedan en tjock gummislang — nog kraftig för att förhindra, att det ljud, som finns i rummet, inträngер i rörledningen genom slangens väggar — till det ungefär i samma höjd belägna vinkelrör, som är fastsatt vid sliden på resonansröret. Det andra U-formiga röret

leder genom en större mässingskran till ett rör insatt i väggen till lådan omkring stämgaffeln. I denna låda är röret sedan förbundet med ett vinkelrör, vars mynning ändar framför stämgaffelns resonanslåda. Genom att utanför stämgaffelns skyddslåda vrida röret i väggen omkring sin egen axel kan läget av rörets mynning varieras, och sålunda den ljudenergi, som inkommer i röret, regleras.

I dessa smala rörledningar — deras längd är 2 à 3 meter —, vilkas ena ände mynnar i resonansröret resp. vid stämgaffelns resonanslåda och andra ände går till membranerna, uppkomma nu genom tryckvariationerna vid rörens öppna ändar stående vågor, som försätta membranerna i svängningar. Den första membranen åstadkommer en vertikal svängning hos ljusfläcken på mattskivan (plåten), den andra en horisontell. Den resulterande rörelsen blir då en ellips, som kan fotograferas. Den erforderliga exponeringstiden var, med ovannämnda överspänning på ljuskällan, 1 à 2 sekunder, beroende på ellipsens storlek.

Genom att täta alla fogar och mellanväggen i lådan omkring membranerna med paraffin lyckades jag fullständigt skydda dem från störande ljudvågor. Trots att luften på ömse sidor om glimmermembranerna är avstängd från yttre luften i rummet — å ena sidan genom lådan omkring membranerna, å andra sidan genom resonansröret och lådan omkring stämgaffeln — och trots själva rummet är omsorgsfullt tätat, visade det sig emellertid, att tryckändringar utanför rummet, uppkomna genom blåst eller andra orsaker, inträngde i rummet och i skyddslådorna — antagligen genom träets porer — och åstadkommo böjningar hos membranerna. Dessa yttrade sig så, att svängningsfiguren på mattskivan gled fram och tillbaka och sålunda ej kunde fotograferas. Denna svårighet avhjälptes genom att i ansatsröret till vardera membranen borra ett litet 1 mm. vitt hål. De långsamt försiggående tryckdifferenserna på ömse sidor om membranen utjämnades genom dessa hål; däremot inverkade hålen ej på de hastiga tryckvariationerna hos ljudvågen.

MÄTMETODEN OCH FÖRFÖRSÖK.

A. **Uppmätning av fasdifferensen mellan tryckvariationerna i tvenne punkter på ömse sidor om ett minimum.**

Excentriciteten hos den ovan omtalade svängningsellipsen beror på fasdifferensen Ω mellan de båda membransvängningarna. Denna bestämmes lättast genom att på ellipsen (se fig. 9) uppmäta avstånden a och b (vardera svängningens maximiamplitud) samt $\bar{a}$ och $\bar{b}$ (vardera svängningens amplitud, när den andras är noll). Vi erhålla då omedelbart

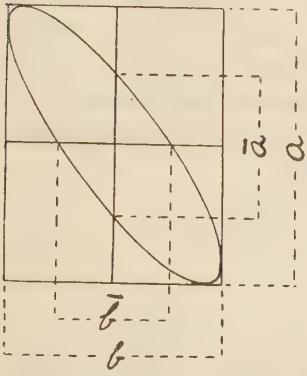


Fig. 9.

$$\sin \Omega = \frac{\bar{a}}{a} \quad \text{och} \quad \sin \Omega = \frac{\bar{b}}{b}. \qquad (52)$$

Vid denna uppmätning användes en glasskala, förfärdigad genom att fotografera ett millimeterpapper och sedan kopiera denna plåt på en ny plåt. Avståndet mellan två linjer på skalan (en skaldel) är 0,54 mm. Denna skala lägges på den fotograferade ellipsen, så att två av linjerna gå genom ellipsens medelpunkt och äro parallella med de båda svängningsriktningarna. Ovannämnda avstånd på ellipsen kunna då direkt avläsas. För att kunna göra denna inställning av skalan i förhållande till ellipsen göres på varje plåt ett par exponeringar, då rörledningen till andra membranen är avstängd genom att sluta den ovan omtalade mässingskranen. Svängningsfiguren blir då en rät linje, som anger den första membranens svängningsriktning.

Ellipsens vertikala svängningskomponent beror på amplituden och fasen hos tryckvariationerna i den punkt i resonansröret,

där det i sliden fastsatta mätröret mynnar. Detta beroende kan varieras genom ändring av membranens egenfrekvens och genom ändring av längden hos rörledningen till membranen. Den horisontella svängningskomponenten hos ellipsen tjänar som standardsvängning. Dess amplitud b och fas kunna inställas på godtyckliga värden genom att ändra på membranens egenfrekvens, genom att variera längden av rörledningen till membranen och genom att ändra på läget av rörmynningen i förhållande till stämgaffelns resonanslåda. Ellipsen kan således från början tilldelas lämplig storlek och excentricitet.

Vi inställa nu genom förskjutning av sliden mätröret i tvenne punkter, belägna på ömse sidor om och lika långt från ett minimum, samt fotografera de erhållna ellipserna. Då amplituderna i dessa punkter äro lika stora, blir fasens å sid. 49 omtalade beroende av amplituden detsamma, och fasdifferensen mellan tryckvariationerna i de båda punkterna är lika med skillnaden mellan de hos de båda ellipserna uppmätta fasdifferenserna. Väljes ellipsens utseende från början så, att fasdifferensen mellan membransvängningarna under passagen mellan de båda punkterna aldrig blir noll, vilket alltid är möjligt, är tydligen

$$\Phi = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2}, \tag{53}$$

där Φ har den å sid. 39 ekv. (39) givna betydelsen, och Ω_1 och Ω_2 äro de spetsiga positiva vinklar, som enligt ekv. (52) äro uppmätta ur de båda ellipserna. Att amplituden b är densamma hos båda ellipserna är en kontroll på att ljudkällan under observationstiden varit konstant.

B. Bestämning av α_I, α_{II} och α_{III}, läget av min. I, II och III samt våglängden.

Genom att på mattskivan iakttaga ellipsens vertikala utbredning vid olika lägen av sliden bestämdes först approximativt (på 1 mm. när) avståndet $l - x_0$ cm. från rörets botten till minimet ifråga. Sedan uppmättes fasdifferensen för sex par punkter. För varje punktpar inställdes mätröret i tur och ordning på

följande avstånd $l - x$ från rörets botten: $l - x_0 - \bar{x}_1$, $l - x_0 + \bar{x}_1$, $l - x_0 - x_1$, $l - x_0 + \bar{x}_1$ cm., och för varje inställning fotograferades den erhållna svängningsellipsen. Fasdifferensen mellan de båda punkterna bestämdes sålunda ur fyra ellipser, två i varje punkt. Genom att dessa tagas växelvis i de båda punkterna erhålles kontroll på att svängningstillståndet i röret varit konstant. För de sex olika punktparen tilldelades $\bar{x}_1$ värdena $\bar{x}_0 + 2{,}5$; $\bar{x}_0 + 2{,}0$; $\bar{x}_0 + 1{,}5$; $\bar{x}_0 + 1{,}0$; $\bar{x}_0 + 0{,}5$; $\bar{x}_0$ cm. resp. Värdet av $\bar{x}_0$ valdes olika för olika värden på α_I (se sid. 65). Fig. 10 åter-

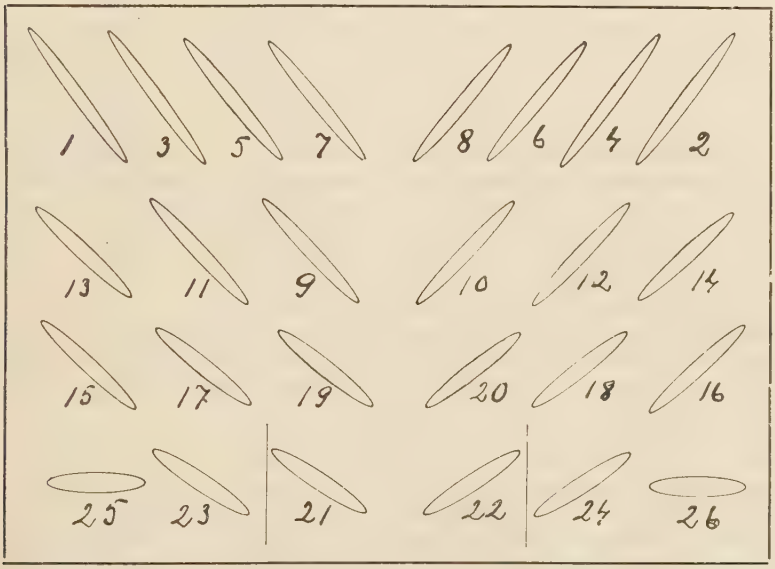


Fig. 10.

ger en plåt, som togs vid min. I, när botten utgjordes av en 14,5 mm. tjock glasplatta, framför vilken var lagt ett 16-dubbelt lager av flanell. Då var $l - x_0 = 32{,}6$ cm. och $\bar{x}_0 = 2{,}5$ cm. I tabell II äro införda de på denna plåt gjorda uppmätningarna och därur beräknade resultat. Under a, $\bar{a}$, b, och $\bar{b}$ äro införda dimensionerna — i skaldelar — för varje ellips (se fig. 9), och under Ω äro angivna de enligt ekv. (52) beräknade fasdifferenserna i grader. Ω_m är medelvärdet av de fyra värden på Ω, som erhållas för varje punkt, och slutligen är Φ-värdet erhållet såsom aritmetiska mediet av de för ett par punkter funna värdena på Ω_m. I tabell III återfinnas de för de sex $\bar{x}_1$-värdena funna

Tabell II.

Ellips	$l-x$ cm.	a	$\bar{a}$	Ω°	b	$\bar{b}$	Ω°	Ω°_m	Φ°	$a^{red}_{b=24}$	a^{red}_m
1	27,6	32,8	5,3	9,3	24,0	3,9	9,3	9,3	9,39	32,8	32,75
2	37,6	32,8	5,4	9,5	23,8	3,9	9,4	9,48		33,1	33,0
3	27,6	32,7	5,3	9,3	24,0	3,9	9,3			32,7	
4	37,6	32,9	5,4	9,4	24,0	4,0	9,6			32,9	
5	28,1	29,6	5,3	10,3	24,4	4,4	10,4	10,43	10,40	29,1	29,15
6	37,1	29,4	5,3	10,4	24,0	4,3	10,3	10,37		29,4	29,3
7	28,1	29,2	5,3	10,4	24,0	4,4	10,6			29,2	
8	37,1	29,0	5,2	10,4	23,8	4,3	10,4			29,2	
9	28,6	25,5	5,2	11,8	23,7	4,9	11,9	11,82	11,76	25,8	25,85
10	36,6	25,6	5,2	11,7	23,6	4,8	11,7	11,7		26,0	26,0
11	28,6	25,9	5,3	11,8	24,0	4,9	11,8			25,9	
12	36,6	25,6	5,2	11,7	23,6	4,8	11,7			26,0	
13	29,1	22,0	5,2	13,7	23,5	5,5	13,5	13,6	13,45	22,5	22,4
14	36,1	21,9	5,0	13,2	23,3	5,4	13,4	13,3		22,5	22,55
15	29,1	21,6	5,1	13,7	23,2	5,4	13,5			22,3	
16	36,1	22,0	5,0	13,2	23,4	5,4	13,4			22,6	
17	29,6	18,8	5,1	15,8	23,4	6,3	15,7	15,75	15,50	19,3	19,3
18	35,6	18,9	5,0	15,3	23,3	6,1	15,2	15,25		19,5	19,45
19	29,6	18,7	5,1	15,8	23,3	6,3	15,7			19,3	
20	35,6	18,7	4,9	15,2	23,1	6,1	15,3			19,4	
21	30,1	15,7	5,1	19,0	23,3	7,5	18,8	18,95	18,55	16,2	16,25
22	35,1	16,0	5,0	18,2	23,5	7,3	18,1	18,15		16,3	16,3
23	30,1	16,0	5,2	19,0	23,6	7,7	19,0			16,3	
24	35,1	16,0	5,0	18,2	23,5	7,3	18,1			16,3	
25	32,6	5,0	5,0	90	23,7	23,7	90	90		5,1	5,1
26	32,6	5,0	5,0	90	23,6	23,6	90			5,1	

Tabell III.

$\bar{x}_1$ cm.	Φ	$2\pi\frac{\bar{x}_1}{\lambda}$	α_I
5,0	9°,39	13°,64	0,9228
4,5	10°,40	12°,27	0,9232
4,0	11°,76	10°,91	0,9228
3,5	13°,45	9°,55	0,9226
3,0	15°,50	8°,18	0,9233
2,5	18°,55	6°,82	0,9228

värdena på Φ och $2\pi\frac{x_1}{\lambda}$ (om bestämningen av λ se nedan) samt de därur enligt ekv. (40) beräknade värdena på α_I. Som medelvärde erhålles: $\alpha_I = 0{,}9229$.

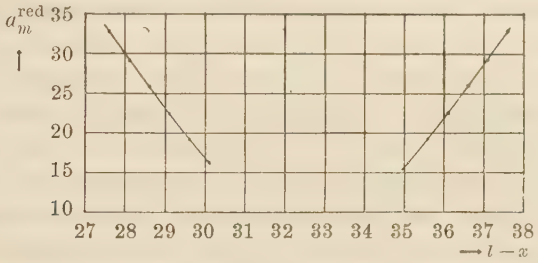


Fig. 11.

Samtliga ellipsers horisontella amplitud b bör vara densamma. Variationerna hos b bero på att stämgaffeln ej gått fullkomligt konstant. För att få ett riktigt värde på amplitudens variation längs röret äro därför samtliga a-värden reducerade till ett och samma b-värde ($b = 24{,}0$ skaldelar). Dessa reducerade värden äro införda i tabell II under rubriken $a_{b=24}^{red}$. I sista kolumnen a_m^{red} är medelvärdet taget av de reducerade värden, som gälla för samma punkt. Avsättas nu (fig. 11) dessa värden på a_m^{red} som ordinator i ett diagram, där $l - x$ är abskissa, erhålles läget av min. I genom att uppsöka denna kurvas minimipunkt. I fig. 11 ligger min. I vid $l - x = 32{,}60$ cm.

På samma sätt bestämdes värdet av α_{II} och α_{III} samt läget av min. II och min. III. För ovannämnda botten i resonansröret erhölls $\alpha_{II} = 0{,}9081$ och $\alpha_{III} = 0{,}8938$. Min. II befanns ligga

vid $l - x = 98{,}58$ cm. och min. III vid $l - x = 164{,}60$ cm. Enligt sid. 33 är avståndet mellan två successiva minima 1/2 våglängd. Vi erhålla då ur min. I och min. II $\lambda/2 = 65{,}98$ cm. och ur min. II och min. III $\lambda/2 = 66{,}02$ cm. eller $\lambda = 132{,}0$ cm.

Temperaturen i resonansröret var vid detta tillfälle + 16°,3 C. Vid olika bestämningar erhöllos något olika värden på våglängden. Detta berodde på att temperaturen t i resonansröret varierade (mellan + 14°,5 och + 17°,3 C.) och för den skull ljudets hastighet ändrades. Reducerades de erhållna värdena till samma temperatur (+ 16°,3) genom multiplikation med faktorn $\sqrt{1 + \frac{16{,}3 - t}{273}}$, voro differenserna dock mindre än 0,1 cm. — vilket ligger inom felgränsen — och värdet på λ var då 132,0 cm. Temperaturens inflytande på stämgaffelns egensvängningstal är så litet, att det här ej spelar någon roll.[1] Man skulle även kunna misstänka, att svängningskretsens inställning på resonans — vilket skedde genom att variera kapaciteten, så att ellipsens dimensioner blevo som störst — ej kunde göras tillräckligt noggrant, utan att stämgaffelns tvungna svängningstal varierade och därigenom våglängden ändrades. Att så emellertid ej var förhållandet konstaterades genom att göra denna injustering flera gånger tätt efter varandra — så att temperaturen ej hann ändras — och efter varje injustering bestämma läget av ett minimum. Därvid erhölls nämligen alltid samma värde på detta läge.

C. Bestämning av vågens dämpning, bottens reflexionsförmåga och fasförlusten vid reflexionen.

Sedan värdet av a_{I}, a_{II} och a_{III} bestämts beräknades dämpningen i röret ur ekv. (43). I det ovan valda exemplet få vi då

$$\begin{aligned} e^{\varkappa\lambda} &= \frac{a_{\mathrm{I}}}{a_{\mathrm{II}}} = 1{,}0163, \\ &= \frac{a_{\mathrm{II}}}{a_{\mathrm{III}}} = 1{,}0160, \\ &= \sqrt{\frac{a_{\mathrm{I}}}{a_{\mathrm{III}}}} = 1{,}0161. \end{aligned} \tag{54}$$

[1] Se t. ex. E. A. Kielhäuser, Die Stimmgabel. Leipzig 1907.

Härur få vi

$$\varkappa\lambda = 0{,}0160$$

och

$$\varkappa = 0{,}000121\,.$$

Ur ekv. (44) erhålles

$$\alpha\, e^{\varkappa \cdot 2v} = \sqrt{\frac{\alpha_{\mathrm{I}}^3}{\alpha_{\mathrm{II}}}} = 0{,}9304,$$

$$= \sqrt[4]{\frac{\alpha_{\mathrm{I}}^5}{\alpha_{\mathrm{III}}}} = 0{,}9303,$$

$$= \sqrt{\frac{\alpha_{\mathrm{II}}^5}{\alpha_{\mathrm{III}}^3}} = 0{,}9300.$$

I enlighet med ekv. (42) beräknas

$$\alpha_{\mathrm{I}}\,\alpha_{\mathrm{III}} = 0{,}8249,$$

$$\alpha_{\mathrm{II}}^2 = 0{,}8246.$$

Den goda överensstämmelsen mellan dessa värden tyder på att vårt antagande om vågen såsom exponentiellt dämpad är riktigt.

Det erhållna värdet på dämpningen bör naturligtvis vara oberoende av reflexionsförmågan hos resonansrörets botten. För att fastställa detta gjordes bestämningar med andra ämnen som botten. Resultaten överensstämde väl. När botten t. ex. utgjordes av en 21 mm. tjock marmorplatta, erhöllos följande värden

$$\alpha_{\mathrm{I}} = 0{,}9892, \qquad \varkappa\lambda = 0{,}0165,$$

$$\alpha_{\mathrm{II}} = 0{,}9730, \qquad \varkappa = 0{,}000125,$$

$$\alpha_{\mathrm{III}} = 0{,}9571,$$

och vid ett annat tillfälle med samma platta

$$\alpha_{\mathrm{I}} = 0{,}9885, \qquad \varkappa\lambda = 0{,}0159,$$

$$\alpha_{\mathrm{II}} = 0{,}9730, \qquad \varkappa = 0{,}000120.$$

$$\alpha_{\mathrm{III}} = 0{,}9576.$$

Som medelvärde av alla bestämningar erhölls

$$\varkappa\lambda = 0{,}0161,$$

$$\varkappa = 0{,}000122.$$

Bottens reflexionsförmåga kan nu, sedan värdet på dämpningen är funnet, bestämmas genom att endast mäta α_1 och avståndet $l - x_0$ från rörets botten till mim. I. Vi hava då enligt ekv. (25) och (38)

$$\alpha = \alpha_1 e^{2\varkappa(l-x_0)}. \tag{55}$$

Beteckna vi som å sid. 28 fasfördröjningen hos den reflekterade vågen med $2\pi\frac{2\nu}{\lambda}$, blir enligt sid. 33 värdet av $l - x_0$ för min. I $\lambda/4 - \nu$ och således

$$\nu = \lambda/4 - (l - x_0). \tag{56}$$

Mäta vi fasfördröjningen i grader och beteckna den med δ°, blir sambandet mellan ν och δ

$$\nu = \frac{\lambda\,\delta}{720}. \tag{57}$$

D. Systematiska fel.

Under apparatens uppbyggande och fulländande avhjälptes en del systematiska fel, som från början funnos hos densamma. Jag omnämner här i korthet de viktigaste, hur de avhjälptes, samt hur frånvaron av dem och en del andra tänkbara fel kan kontrolleras.

Om en även ganska obetydlig svängning förekommer hos membranen förutom den, som åstadkommes genom den genom mätrörets mynning inkommande ljudvågen, kan detta starkt inverka på det erhållna värdet av den uppmätta fasdifferensen. En sådan störning kan åstadkommas genom ljudvågor, som träffa membranen utifrån, eller genom skakningar hos sliden och det däri fastsatta mätröret eller hos rörledningen till membranen.

För att förhindra detta äro, som ovan nämnts, såväl ljudkällan som membranerna inneslutna i fasta trälådor och mellan membranerna uppsatt en skiljevägg, samt sliden, vinkelrören och rörledningarna på ovan angivet sätt kraftigt belastade. Att dessa störningar äro borta kontrolleras genom att täppa till mätrörets mynning, då inga svängningar hos ljusfläcken på visirskivan få förekomma. Att de båda membranerna ej påverka varandra konstateras genom att låta endast den ena membranen svänga, under det att den andra är i vila. Svängningsfiguren bör då alltid bliva en rät linje. För övrigt är det faktum, att de erhållna värdena på α_{I}, α_{II} och α_{III} ej äro beroende av värdet på $\bar{x}_1$, samt att villkoret $\alpha_{\mathrm{I}}\,\alpha_{\mathrm{III}} = \alpha_{\mathrm{II}}^2$ är så väl fyllt, ett gott kriterium på att ovannämnda fel äro borta. Slutligen måste noga iakttagas, att den slang, som förbinder mätröret i sliden med det U-formiga röret till membranen, ej tänjes vid slidens förskjutning, då ju härigenom rörledningens längd ändras.

Vända vi oss så till själva resonansröret, kan man misstänka, att svängningstillståndet därstädes störes genom själva mätrörets därvaro eller genom att membranledningen absorberar en del energi, och vi sålunda erhålla ett felaktigt värde på fasdifferensen. Att så dock ej är förhållandet kontrollerades dels genom att utföra mätningar vid minimum II, såväl när mätröret vid minimum I var instucket, som när det var borta, dels genom att vid mätningarna använda olika stora ellipser, varigenom den ovan omtalade energiabsorptionen förändrades. I intet av dessa fall förekom någon märkbar förändring hos det erhållna värdet på fasdifferensen.

Vidare undersöktes huruvida fasdifferensen mellan två punkter i röret är beroende av om mätröret mynnar vid resonansrörets axel eller närmare dess vägg. Någon förändring kunde ej iakttagas, förrän rörmynningen kom på ungefär 1 cm. avstånd från väggen. Detta tyder på att vågen i röret är plan.

Jag undersökte också i vad mån utseendet av mätrörets mynning inverkar på den erhållna svängningsellipsen. Mynningen gjordes dels cirkulär (diametern lika med rörets diameter) dels spaltformig. Varken ellipsens amplitud eller fas var beroende härav, förrän spalten blev smalare än 1 mm.

Till sist gjordes även en serie mätningar med olika längd på resonansröret, varvid konstaterades, i överensstämmelse med

teorien, att amplituden i röret är störst vid resonansinställning, fasens absoluta värde beroende på rörlängden, men fasens variation längs röret oberoende härav. Rörlängden (224 cm.) valdes sedan så, att resonans förefanns, när fasförlusten vid rörets botten var 1/2 våglängd. Om fasförlusten ändrades, vilket särskilt förekom, när botten utgjordes av en perforerad vägg, behövde, tack vare ovannämnda kontroll, rörlängden ej ändras i samma mån.

E. **Felberäkning.**

Före redogörelsen för själva försöken utföra vi en felberäkning för att genom dess resultat kunna bedöma metodens noggrannhet och avgöra, vilka värden vi böra välja på $\bar{x}_1$ för att erhålla minsta möjliga fel i värdet på α.

Felet vid bestämning av läget av ett minimum var $< 0{,}05$ cm. Felet hos våglängden var då $< 0{,}1$ cm., sedan temperaturkorrektionen införts.

Enligt sid. 40 är

$$\frac{1-\alpha_I}{1+\alpha_I} = \frac{\operatorname{tg} \Phi}{\cot 2\pi \frac{\bar{x}_1}{\lambda}}.$$

Genom logaritmisk differentiering erhålles

$$-\frac{2\,d\alpha_I}{1-\alpha_I^2} = \frac{d\Phi}{\sin \Phi \cos \Phi} + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d\bar{x}_1 - \frac{\bar{x}_1}{\lambda} d\lambda}{\sin 2\pi \frac{x_1}{\lambda} \cos 2\pi \frac{x_1}{\lambda}}.$$

Enligt ekv. (53) är

$$d\Phi = \frac{1}{2}(d\Omega_1 + d\Omega_2).$$

Ekv. (52) ger genom logaritmisk differentiering

$$\frac{d\bar{a}}{a} - \frac{da}{a} = \frac{\cos \Omega}{\sin \Omega} d\Omega.$$

Om felen $d\bar{a}$ och da äro lika och adderas, erhålles

$$|d\,\Omega| \leqq \frac{1 + \sin \Omega}{\cos \Omega} \frac{|d\,a|}{a}.$$

Vi sätta approximativt

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega \quad \text{och} \quad |d\,\Omega_1| = |d\,\Omega_2| = |d\,\Omega|.$$

Om alla fel adderas, blir då

$$\frac{2|d\alpha_I|}{1 - \alpha_I^2} \leqq \frac{1 + \sin \Omega}{\sin \Omega \cos^2 \Omega} \frac{|d\,a|}{a} + \frac{4\pi}{\lambda} \frac{|d\bar{x}_1| + \frac{\bar{x}_1}{\lambda}|d\lambda|}{\sin 4\pi \frac{\bar{x}_1}{\lambda}}. \qquad (58)$$

Ellipsens amplitud a varierade mellan 10 och 30 skaldelar. Sättes $|da| = 0{,}2$ skaldelar, enär den använda skalan ej var så noggrann, som hade varit önskvärt, kunna vi skriva

$$\frac{|d\,a|}{a} = 0{,}01.$$

Funktionen $\frac{1 + \sin \Omega}{\sin \Omega \cos^2 \Omega}$ har ett flackt minimum för $\Omega = 30°$ och är då lika med 4. För $\Omega = 10°$ är funktionens värde ung. 7 och för $\Omega = 50°$ ung. 5,6. Första termen i ekv. (58) kunna vi då sätta lika med 0,06.

Sättes i andra termen $\lambda = 132$ cm., $|d\lambda| = 0{,}1$ cm. och $|d\bar{x}_1| = 0{,}02$ cm., så blir dess värde

0,04 för $\bar{x}_1 = 0{,}5$ cm.

0,02 $\bar{x}_1 = 1{,}0$ cm.

0,01 $\bar{x}_1 = 2{,}0$ cm.

För stigande $\bar{x}_1$-värden blir termens värde allt mindre.

Vid mina mätningar valde jag sådana $\bar{x}_1$-värden, att Ω blev omkring 30°. Ju större värden α_I hade, desto mindre värden

maste då väljas på x_1. Dock användes aldrig mindre x_1-värden än 1,0 cm., emedan i så fall a blir mindre och $\frac{|da|}{a}$ större och även andra termen i ekv. (58) större. Detta gör visserligen, att vid stora värden på α_I Ω blir mycket mindre än 30°, men då blir å andra sidan $1 - \alpha_I^2$ litet och sålunda felet $|d\alpha_I|$ litet. Beräknas under ovannämnda förhållanden ur ekv. (58) $|d\alpha_I|$ för olika värden på α_I, erhållas följande approximativa värden

α_I	$\lvert d\alpha_I \rvert$	α_I	$\lvert d\alpha_I \rvert$
0,99	0,002	0,50	0,015
0,90	0,005	0,30	0,018
0,70	0,010	0,10	0,020.

Då jag på varje plåt erhåller 24 bestämningar av Ω_1, och då alltid differensen mellan de sex på varje plåt erhållna α_I-värdena var

$$< 0{,}0010 \text{ för } \alpha_I > 0{,}9,$$
$$< 0{,}0020 \quad \alpha_I > 0{,}5,$$
$$< 0{,}0030 \quad \alpha_I > 0{,}2,$$

anser jag mig böra medtaga 4 decimaler, åtminstone i de största värdena på α_I.

Ur ekv. (54) erhålles

$$\varkappa\lambda = \frac{1}{2}(\lg \alpha_I - \lg \alpha_{III}).$$

Således

$$|d(\varkappa\lambda)| \leqq \frac{1}{2}\left(\frac{|d\alpha_I|}{\alpha_I} + \frac{|d\alpha_{III}|}{\alpha_{III}}\right).$$

Approximativt kunna vi sätta $\alpha_I = \alpha_{III}$ och $|d\alpha_I| = |d\alpha_{III}|$.

$$|d(\varkappa\lambda)| \leqq \frac{|d\alpha_I|}{\alpha_I}. \tag{59}$$

Felet $d\alpha$ hos α erhålles genom logaritmisk differentiering av ekv. (55)

$$\left|\frac{d\alpha}{\alpha}\right| \leqq \frac{|d\alpha_I|}{\alpha_I} + |d[2\varkappa(l - x_0)]|.$$

Vi kunna approximativt sätta $l - x_0 = \lambda/4$ och få då

$$d[2\varkappa(l - x_0)] = \frac{1}{2} d(\varkappa\lambda).$$

Alltså

$$\left|\frac{d\alpha}{\alpha}\right| \leqq \frac{|d\alpha_I|}{\alpha_I} + \frac{1}{2}\frac{|d\alpha_I|}{\alpha_I} = \frac{3}{2}\frac{|d\alpha_I|}{\alpha_I}.$$

Felet hos α blir således av samma storleksordning som felet hos α_I.

Av ekv. (59) synes, att den variation, som $\varkappa\lambda$ undergår genom att λ ändras med temperaturen (ex. 0,7 cm., om temperaturen varierar 3°), är så liten, att den kan försummas vid sidan av mätfelet, som erhålles ur ekv. (59).

Enligt ekv. (56) erhålles

$$|dv| \leqq \frac{1}{4}|d\lambda| + |d(l - x_0)|.$$

Alltså

$$|dv| \leqq 0{,}025 + 0{,}05 = 0{,}075 \text{ cm}.$$

FÖRSÖK.

Som jag redan i historiken nämnde, måste ljudets reflexion mot ett fast, icke poröst ämne, på grund av den stora skillnaden mellan tätheterna resp. ljudhastigheterna hos ämnet och luften, vara så nära total, att avvikelsen härifrån knappast är märkbar med våra nuvarande instrument. Den avvikelse, som vanligen uppmätes, beror nästan uteslutande på transversella medsvängningar hos den reflekterande plattan eller membranen och är sålunda ett resonansfenomen. Då plattans dämpning och egensvängningstal nästan alltid äro obekanta och dåligt definierade — de bero ju bland annat på hur plattan är fastsatt —, hava bestämningar över sådana ämnens reflexionsförmåga intet allmänt vetenskapligt intresse. Resultaten gälla endast för just den undersökta plattan och med den för tillfället använda fastsättningen och kunna blott tjäna att kvalitativt visa, att reflexionen är mycket stor, om plattan ej svänger med, men den minskas, om transversella medsvängningar förekomma.

Detsamma torde kunna sägas om vanligen förekommande porösa ämnen, t. ex. filt. Porositeten är här fullkomligt odefinierad, och man kan endast visa, att ju mera poröst ett ämne blir, desto mera minskas dess reflexionsförmåga. Om man däremot kan framställa en perforerad vägg sådan som omtalades å sid. 10, ställer sig saken annorlunda. Även här hava vi att göra med ett resonansfenomen, men resonatorns dämpning och egenfrekvens kunna lätt bestämmas och på ett väldefinierat sätt varieras genom att ändra kanalernas diameter och längd.

Jag har därför använt den här beskrivna metoden huvudsakligen för att undersöka ljudets reflexion mot en perforerad vägg och verifiera den härför utarbetade teorin. Jag har dock även bestämt reflexionsförmågan för en del fasta plattor och för sådana med framförliggande poröst material (flanell) för att konstatera ovannämnda då gällande förhållanden.

A. Reflexion mot en platta.

Plattorna fastklämdes vid rörets ände medelst en träring på sätt, som är beskrivet å sid. 49, och värdet av α_I samt läget av min. I bestämdes på ovan angivet sätt. Tabell IV återger de erhållna resultaten. I de båda första kolumnerna äro in-

Tabell IV.

Material	Tjocklek mm.	$l - x_0$ cm.	$e^{2\varkappa(l-x_0)}$	α_I	α	$-\nu$ cm.
Paraffin	32,0	33,00	1,0081	0,9906	0,9986	0,00
Glas	14,5	33,00	1,0081	0,9898	0,9978	0,00
Marmor	21,0	33,00	1,0081	0,9894	0,9974	0,00
Tallträ I	30,0	32,95	1,0080	0,9888	0,9967	−0,05
Tallträ II	30,0	32,85	1,0080	0,9868	0,9947	−0,15
Kork I	24,0	32,80	1,0080	0,9883	0,9962	−0,20
Kork II	24,0	32,80	1,0080	0,9873	0,9952	−0,20
Papp	3,4	32,30	1,0079	0,9870	0,9948	−0,70
Gummi	4,5	33,65	1,0082	0,9733	0,9813	+0,65

förda plattans material och tjocklek. Hos plattan av tallträ I är plattans yta vinkelrät mot fibrerna, i den andra parallell därmed. Korkplattan var på ena sidan glatt (I), på den andra mera ojämn och sprucken (II). $l - x_0$ cm. är avståndet från rörets botten till min. I, reducerat till + 16°,3. I dämpningsfaktorn är $\varkappa = 0{,}000122$. Under α_I äro de uppmätta värdena införda och under α de därur enligt ekv. (55) beräknade värdena på reflexionsförmågan. ν cm. är det ur ekv. (56) beräknade värdet på förskjutningen av min. I, och $-\nu$ sålunda ett mått på fasdifferensen mellan den reflekterade vågen och den infallande. I ekv. (56) är värdet av $\lambda/4$ 33,0 cm. (vid + 16°,3). Som synes, är i överensstämmelse med teorien reflexionsförmågan större, ju fastare plattan är. Korkplattan II reflekterade sämre än I, beroende på att ytan hos II genom sprickorna var mera porös. Hos gummiplattan är fasfördröjningen negativ, hos alla de övriga är den positiv eller noll. Enligt Weisbach's teori (sid. 9) är då gummi-

plattans egensvängningstal lägre än den infallande vågens men de övriga plattornas högre. Detta förefaller också mycket antagligt.

För att visa att reflexionsförmågan minskas, när det reflek-

Tabell V.

Material	$l-x_0$ cm.	$e^{2\varkappa(l-x_0)}$	α_I	α	$-v$ cm.
Glas	33,00	1,0081	0,9898	0,9978	0,00
» + 1 flanell	32,90	1,0080	0,9874	0,9953	−0,10
» + 2 »	32,80	1,0080	0,9850	0,9929	−0,20
» + 4 »	32,65	1,0080	0,9808	0,9887	−0,35
» + 8 »	32,30	1,0079	0,9687	0,9764	−0,70
» +12 »	32,15	1,0079	0,9556	0,9631	−0,85
» +16 »	32,60	1,0080	0,9223	0,9297	−0,40

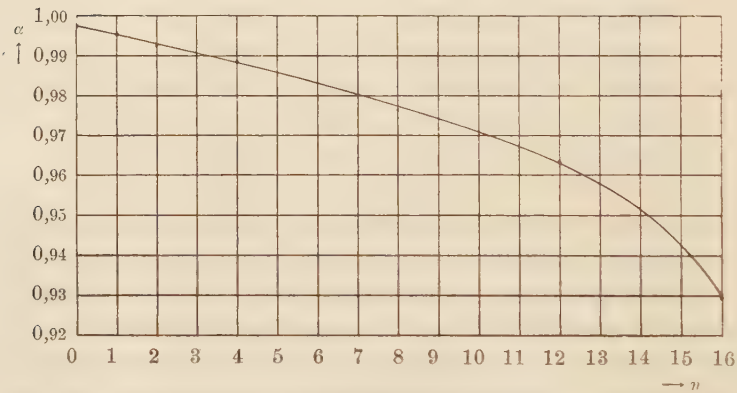


Fig. 12.

terande ämnet blir mera poröst, gjordes en serie mätningar, då botten utgjordes av glasplattan med olika antal (n) lager flanell framför. De därvid erhållna resultaten återfinnas i tabell V. I fig. 12 är resultatet återgivet grafiskt.

B. **Reflexion mot en perforerad vägg.**

För Lord Rayleigh's behandling av ljudets reflexion mot en perforerad vägg har jag redogjort i historiken. Redan där om-

nämnde jag, att hans matematiska uttryck för de dissipativa krafternas inverkan i en kanal var för snävt. Jag vill nu generalisera Lord Rayleigh's teori och om dessa krafter endast antaga, att de åstadkomma en exponentiell dämpning hos den i kanalen fortskridande vågen.

Vi antaga en perforerad vägg sådan som definierades å sid. 10 och låta x-axeln vara parallell med kanalerna och riktad in mot väggen samt lägga origo i väggens plana yta. Faller en odämpad, plan ljudvåg in mot väggen och reflekteras, kan rörelsen utanför väggen i punkten x skrivas

$$\eta = Ae^{i(nt-kx)} - Be^{i(nt+kx)},$$

där första termen representerar den infallande vågen och andra termen den reflekterade. A, n och k äro reella, men B är ett komplext tal. $n/2\pi$ är svängningstalet och $k = 2\pi/\lambda$, där λ är våglängden.

Härur beräknas luftpartiklarnas hastighet u

$$u = \frac{\partial \eta}{\partial t} = in\left[Ae^{i(nt-kx)} - Be^{i(nt+kx)}\right]$$

och förtätningen s hos luften

$$s = -\frac{\partial \eta}{\partial x} = ik\left[Ae^{i(nt-kx)} + Be^{i(nt+kx)}\right].$$

Antaga vi, att kanalerna äro slutna vid $x = l'$, och att reflexionen mot deras botten är total, kunna vi skriva ekv. för rörelsen i punkten x inuti en kanal

$$\eta' = D\left[e^{i(nt-k'x)} - e^{i(nt+k'x-2k'l')}\right],$$

där första termen representerar en mot kanalens botten infallande våg och andra termen den reflekterade vågen. Eftersom vågen är dämpad, är k' en komplex storhet.

Hastigheten u' och förtätningen s' bliva då

$$u' = \frac{\partial \eta'}{\partial t} = in D\left[e^{i(nt-k'x)} - e^{i(nt+k'x-2k'l')}\right]$$

och

$$s' = -\frac{\partial \eta'}{\partial x} = ik'D\left[e^{i(nt-k'x)} + e^{i(nt+k'x-2k'l')}\right].$$

Vi kalla som förut varje kanals area σ och den yta på den kvarvarande väggen, som svarar mot varje kanal, σ' och antaga samma gränsvillkor som Lord Rayleigh, d. v. s.

1) $s_{x=0} = s'_{x=0}$

2) $(\sigma + \sigma')u_{x=0} = \sigma u'_{x=0}$.

Införas i dessa ekvationer de ovan beräknade värdena på u, u', s och s', finner man

$$k(A + B) = k'D(1 + e^{-i2k'l'})$$

och

$$(\sigma + \sigma')(A - B) = \sigma D(1 - e^{-i2k'l'}).$$

Divideras dessa ekvationer, erhålles

$$\frac{A - B}{A + B} = \frac{\sigma}{\sigma + \sigma'} \frac{k}{k'} \frac{1 - e^{-i2k'l'}}{1 + e^{-i2k'l'}}. \tag{60}$$

Vi sätta

$$\frac{\sigma + \sigma'}{\sigma} = S$$

och vilja kalla $1/S$, d. v. s. förhållandet mellan kanalernas sammanlagda area och väggens hela yta, *perföreringsgraden* hos väggen. Ur ekv. (60) få vi då

$$\frac{A - B}{A + B} = \frac{ik}{k'S} \operatorname{tg} k'l', \tag{61}$$

vilket är lösningen på problemet.

Denna formel är identisk med den, som erhålles enligt Lord Rayleigh's teori, sedan felet vid beräkningen av förtätningen i kanalen rättats, ekv. (15) sid. 16. Vi hava dock ej erhållit något villkor, som sammanbinder k och k' (jfr sid. 14).

Sättes

$$k' = k_1 - i\,k_2, \tag{62}$$

där k_1 och k_2 äro reella och positiva, så representerar k_2 vågens dämpning i kanalen, och skrives $k_1 = 2\pi/\lambda_1$, är λ_1 våglängden i kanalen.

Ekv. (61) kan skrivas

$$\frac{B}{A} = \frac{k'\,S\cos k'l' - ik\sin k'l'}{k'\,S\cos k'l' + ik\sin k'l'}. \tag{63}$$

Ur ekv. (62) erhålla vi uttrycken

$$k'\,S = k_1 S - ik_2 S$$

och

$$\left.\begin{aligned}\cos k'l' &= \cos k_1 l'\cos ik_2 l' + \sin k_1 l'\sin ik_2 l'\\ \sin k'l' &= \sin k_1 l'\cos ik_2 l' - \cos k_1 l'\sin ik_2 l'\end{aligned}\right\}.$$

Inför man dessa uttyck i ekv. (63) och särskiljer de reella och imaginära delarna, finner man, att täljaren i $\frac{B}{A}$ kan skrivas

$$k\sin k_1 l'\cos ik_2 l'\cdot\left[\frac{k_2}{k}S\frac{\operatorname{tg} ik_2 l'}{i} + \frac{k_1}{k}S\cot k_1 l' - \right.$$

$$\left. - \frac{\operatorname{tg} ik_2 l'}{i}\cot k_1 l' + i\left(\frac{k_1}{k}S\frac{\operatorname{tg} ik_2 l'}{i} - \frac{k_2}{k}S\cot k_1 l' - 1\right)\right].$$

Nämnaren erhålles genom att ändra tecken för alla termer, som ej innehålla S.

Betecknas absoluta värdet av $\frac{B}{A}$ med $\left|\frac{B}{A}\right|$ (väggens reflexionsförmåga) och kallas fasdifferensen mellan den reflekterade och den infallande vågen φ, erhålles

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left[\left(\frac{k_2}{k}S\operatorname{tgh} k_2 l' + \frac{k_1}{k}S\cot k_1 l' - \operatorname{tgh} k_2 l'\cot k_1 l'\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{k_1}{k}S\operatorname{tgh} k_2 l' - \frac{k_2}{k}S\cot k_1 l' - 1\right)^2\right]:$$

$$: \left[\left(\frac{k_2}{k} S \operatorname{tgh} k_2 l' + \frac{k_1}{k} S \cot k_1 l' + \operatorname{tgh} k_2 l' \cot k_1 l'\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{k_1}{k} S \operatorname{tgh} k_2 l' - \frac{k_2}{k} S \cot k_1 l' + 1\right)^2\right] \tag{64}$$

och

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2, \tag{65}$$

där

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\frac{k_1}{k} S \operatorname{tgh} k_2 l' - \frac{k_2}{k} S \cot k_1 l' - 1}{\frac{k_2}{k} S \operatorname{tgh} k_2 l' + \frac{k_1}{k} S \cot k_1 l' - \operatorname{tgh} k_2 l' \cot k_1 l'} \tag{66}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\frac{k_1}{k} S \operatorname{tgh} k_2 l' - \frac{k_2}{k} S \cot k_1 l' + 1}{\frac{k_2}{k} S \operatorname{tgh} k_2 l' + \frac{k_1}{k} S \cot k_1 l' + \operatorname{tgh} k_2 l' \cot k_1 l'}. \tag{67}$$

Vi undersöka närmare det fall, att φ är noll, och återvända då till ekv. (60), (61) och (62). Dessa giva

$$\frac{A - B}{A + B} = \frac{k}{S(k_1 - i k_2)} \frac{e^{i k_1 l' + k_2 l'} - e^{-i k_1 l' - k_2 l'}}{e^{i k_1 l' + k_2 l'} + e^{-i k_1 l' - k_2 l'}}.$$

Särskiljas de reella och imaginära delarna, erhålles

$$\frac{A - B}{A + B} = \frac{k(k_1 + i k_2)}{S(k_1^2 + k_2^2)} \frac{e^{2k_2 l'} - e^{-2k_2 l'} + e^{2 i k_1 l'} - e^{-2 i k_1 l'}}{e^{2k_2 l'} + e^{-2k_2 l'} + e^{2 i k_1 l'} + e^{-2 i k_1 l'}}$$

eller

$$\frac{A - B}{A + B} = \frac{k(k_1 + i k_2)}{S(k_1^2 + k_2^2)} \frac{\sinh 2k_2 l' + i \sin 2k_1 l'}{\cosh 2k_2 l' + \cos 2k_1 l'}$$

och slutligen

$$\frac{A - B}{A + B} = \frac{k\,[k_1 \sinh 2k_2 l' - k_2 \sin 2k_1 l' + i\,(k_2 \sinh 2k_2 l' + k_1 \sin 2k_1 l')]}{S(k_1^2 + k_2^2)\,[\cosh 2k_2 l' + \cos 2k_1 l']}.$$

Villkoret för att den reflekterade vågens fasförskjutning φ skall vara noll är, att B är reellt, d. v. s. den imaginära delen

av $\frac{A-B}{A+B}$ skall vara noll. Den kanallängd l_0', för vilken detta inträffar, är sålunda bestämd genom ekv.

$$k_2 l_0' \sinh 2k_2 l_0' + k_1 l_0' \sin 2k_1 l_0' = 0. \qquad (68)$$

De samhöriga värdena på $k_1 l_0'$ och $k_2 l_0'$ erhållas grafiskt genom konstruktion av kurvorna

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= -k_1 l_0' \sin 2k_1 l_0' \\ y_2 &= k_2 l_0' \sinh 2k_2 l_0' \end{aligned}\right\}$$

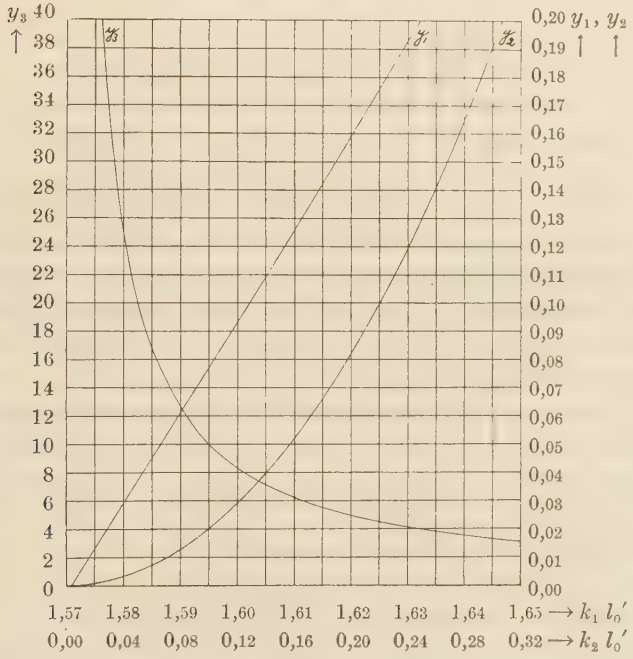


Fig. 13.

och äro tydligen de värden, som göra $y_1 = y_2$. Emedan y_2 alltid är positiv, finnes ingen lösning, när y_1 är negativ. Den första lösningen $k_1 l_0' = k_2 l_0' = 0$ saknar intresse, då vi ju i det fallet endast hava en fast vägg utan kanaler. Är $k_2 l_0'$ litet, svarar häremot en serie värden på $k_1 l_0'$. Dessa äro något större än $\pi/2$, $3\pi/2$ o. s. v. och något mindre än π, 2π o. s. v. De motsvarande värdena på l_0' bliva något större än $\lambda_1/4$, $3\lambda_1/4$ o. s. v.

och något mindre än $\lambda_1/2$, $2\lambda_1/2$ o. s. v. Vi komma i det följande endast att behandla det fall, att $k_1 l'_0$ är något större än $\pi/2$. I fig. 13 finnes återgivet värdet av y_1 för $k_1 l'_0$-värden mellan 1,57 och 1,63 samt av y_2, då $k_2 l'_0$ ligger mellan 0 och 0,32. Ur dessa kurvor kan då direkt avläsas, vilka värden på $k_1 l'_0$ och $k_2 l'_0$, som svara mot varandra.

Om ekv. (68) är uppfylld, d. v. s. $\varphi = 0$, är

$$\frac{A-B}{A+B} = \frac{k[k_1 \sinh 2k_2 l'_0 - k_2 \sin 2k_1 l'_0]}{S(k_1^2+k_2^2)[\cosh 2k_2 l'_0 + \cos 2k_1 l'_0]}.$$

Införes här det ur ekv. (68) beräknade värdet på $\sin 2k_1 l'_0$, erhålles

$$\frac{A-B}{A+B}\, S\frac{k_1}{k} = \frac{\sinh 2k_2 l'_0}{\cosh 2k_2 l'_0 + \cos 2k_1 l'_0}. \tag{69}$$

Känner man värdena på k, k_1 och k_2, kan man ur ekv. (64), (65), (66) och (67) beräkna väggens reflexionsförmåga $\left|\frac{B}{A}\right|$ och fasdifferensen φ mellan den reflekterade och den infallande vågen för olika kanallängd l' och perforeringsgrad $1/S$. k erhålles direkt genom bestämning av våglängden utanför väggen, k_1 och k_2 måste däremot beräknas ur de experimentellt gjorda mätningarna på väggens reflexionsförmåga.

Vi antaga, att vi experimentellt kunna bestämma den kanallängd l'_0, för vilken fasen φ är 0, samt det däremot svarande värdet på $\frac{A-B}{A+B}$. Ur ekv. (68) och (69) kunna då k_1 och k_2 beräknas. Vi konstruera fördenskull även kurvan

$$y_3 = \frac{\sinh 2k_2 l'_0}{\cosh 2k_2 l'_0 + \cos 2k_1 l'_0}. \tag{70}$$

Detta sker med tillhjälp av kurvorna y_1 och y_2 i fig. 13. För varje godtyckligt värde på $k_2 l'_0$ avläses ur dessa kurvor motsvarande värde på $k_1 l'_0$, och dessa båda värden insättas sedan i ekv. (70). I fig. 13 finnes återgivet värdet av y_3 som funktion av $k_2 l'_0$, då detta varierar mellan 0 och 0,32. — Beräkningen av k_1 och k_2 tillgår sedan enligt följande successiva approximation. Vid en första approximation sättes $\frac{k_1}{k} = 1$, och

i fig. 13 avläsas de värden på $k_2 l'_0$ och $k_1 l'_0$, som svara mot $y_3 = \frac{A-B}{A+B} S$. Genom division med l'_0 erhålles då ett approximativt värde på k_1. Detta insättes sedan i vänstra membrum i ekv. (69), och för det då erhållna y_3-värdet kunna noggrannare värden på $k_2 l'_0$ och $k_1 l'_0$ avläsas o. s. v.

Detta förfaringssätt innebär sålunda, att konstanterna k_1 och k_2 i ekv. (64), (66) och (67) väljas så, att de experimentella och teoretiska kurvorna för $\left|\frac{B}{A}\right|$ och φ sammanfalla för den kanallängd l'_0, som gör $\varphi = 0$.

För att experimentellt kunna verifiera den ovan framställda teorien gjordes en perforerad vägg, vilken så mycket som möjligt hade de egenskaper, som teorien fordrar. Väggens material var paraffin. I ett omkring 5 dm. högt bleckkärl, vars botten hade samma form som resonansrörets yttre area, insattes vertikalt ett antal 5 dm. långa stålstavar, jämnt fördelade på en yta, lika stor som resonansrörets inre area. Stavarna höllos i sina lägen, parallellt med kärlets väggar, medelst ett övre och ett undre bleck, i vilka voro slagna en serie hål, ett för varje stav. Kärlet fylldes sedan med smält paraffin, som fick stelna. Det visade sig mycket svårt att få paraffinet fritt från ihåligheter och gasblåsor, som uppkommo dels på grund av paraffinets sammandragning vid stelning, dels på grund av gaser, lösta i det smälta paraffinet, vilka frigjordes vid stelningen. För att förebygga ihåligheter måste stelningen ske kontinuerligt från botten. För den skull nedsattes bleckkärlet i ett större kärl med rinnande vatten, som åstadkom avkylning, under det att den övre paraffinytan hölls flytande genom en vid kärlets övre kant anbragt ringformig brännare. Sedan paraffinet på detta sätt fått stelna, smältes det ånyo genom upphettning av vattnet i det yttre kärlet, varvid frigjorda gasblåsor stego upp till ytan. Därefter fick paraffinet åter stelna på samma sätt som förut. Sedan jag genom att upprepa denna procedur flera gånger erhållit en homogen massa, borttogos plåtväggarna, stålstavarna drogos ut, och så mycket paraffin skars bort, att de ovannämnda styrblecken kunde avlägsnas, varefter ändytorna putsades plana. Denna paraffin-

klots, som sålunda var genomstucken med lika många hål som antalet stavar, var omkring 40 cm. hög och användes sedan som perforerad vägg.

För att bestämma hålens diameter, vilken var något större än stavarnas, fylldes några av hålen med kvicksilver, som vägdes. Härigenom kunde även kontrolleras, att ovannämnda ihåligheter och blåsor voro borta.

Resonansrörets area bestämdes genom att mot rörets ena ände lägga ett fotografiskt gasljuspapper, som sedan belystes genom en liten ljuskälla i rörets andra ände. Ytan av den då erhållna svärtningsfiguren — lika med rörets area — uppmättes till 181,0 cm^2.

Paraffinklotsen lades nu med sin ena plana ändyta mot resonansrörets ena ände och fastklämdes på det sätt, som är omtalat å sid. 49. Genom att från början hava stavarna helt instuckna i hålen och sedan draga ut dem mer eller mindre regleras kanalernas längd. För att kunna göra denna utdragning lika för alla stavarna uppmonterades framför dem en förskjutbar träplatta, mot vilken stavarnas ändar fingo stöda.

Sedan bestämdes på vanligt sätt värdet av α_1 och avståndet $l - x_0$ från paraffinväggen till min. I för olika kanallängd l'. Paraffinklotsens reflexionsförmåga α beräknades sedan enligt ekv. (55). För $l' = 0$ erhölls ej $\alpha = 1$ utan ett något mindre värde α. Detta beror dels på att paraffin ej är fullkomligt totalreflekterande, dels på att stavarnas diameter är något mindre än hålens och vi sålunda, även när stavarna äro helt instuckna, hava en något perforerad vägg. Approximativt kunna vi då räkna med α som den infallande vågens amplitud. Den perforerade väggens reflexionsförmåga blir då $\alpha\,\bar{\alpha}$. För att finna fasdifferensen φ mellan den reflekterade och den infallande vågen reducera vi det uppmätta avståndet $l - x_0$ till temperaturen 16°,3 samt beräkna enligt ekv. (56) den förskjutning ν, som min. I erhållit på grund av fasdifferensen. Sambandet mellan ν och φ är

$$-\nu = \frac{\lambda\varphi}{720}.$$

(Jämför ekv. (57), sid. 62. Då δ betyder fasfördröjningen hos den reflekterade vågen, är tydligen $\delta = -\varphi$.)

Då värdet av $\frac{\alpha - a}{\bar{\alpha} + a}$ för den kanallängd l'_0, som gör $\nu = 0$, användes för att beräkna konstanterna k_1 och k_2, bestämdes detta värde noggrannare genom att för denna kanallängd bestämma α för olika antal kanaler. Vi hava nämligen, om vi med R beteckna resonansrörets area, med n kanalernas antal och med r deras radie,

$$S = \frac{R}{n\pi r^2} \tag{71}$$

och således

$$\frac{\alpha - a}{\bar{\alpha} + a} S = \frac{R}{\pi r^2} \frac{\bar{\alpha} - a}{n(\bar{\alpha} + a)}. \tag{72}$$

Enligt ekv. (69) bör $\frac{\alpha - a}{\bar{\alpha} + a} S$ vara oberoende av n och sålunda $\frac{\alpha - a}{n(\bar{\alpha} + a)}$ vara konstant för olika n-värden.

Mätningar utfördes för tre olika kanaldiametrar. Enligt sid. 60 är $\lambda = 132{,}0$ cm. och således

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0{,}04760.$$

1. *Kanaldiameter:* 0,9650 *cm.* Fasen φ befanns vara noll för kanallängden $l'_0 = 31{,}50$ cm. Tabell VI återger de för denna kanallängd för olika antal kanaler n funna värdena på α_I, de enligt ekv. $\alpha = \alpha_I e^{\varkappa \lambda/2} = 1{,}0081\,\alpha_I$ beräknade värdena på α samt slutligen de därur beräknade värdena på $\frac{\alpha - a}{n(\bar{\alpha} + a)}$. I tabellen är $\bar{\alpha} = \alpha_{n=0}$ understruket. Dessutom äro införda värdena på väggens reflexionsförmåga a/α och perforeringsgraden $1/S$, beräknad enligt ekv. (71), vilka senare komma till användning. Som synes, äro variationerna av $\frac{\bar{\alpha} - a}{n(\bar{\alpha} + a)}$ ganska små. Endast det första värdet (för $n = 1$) avviker väsentligt från de övriga — det erhållna värdet på α är för litet. Detta torde kunna förklaras med att den absorberande inverkan av detta enda, i paraffinväg-

gens mitt placerade hål ej hade hunnit jämnt fördela sig över hela resonansrörets area på vägen $\lambda/4$ från väggen till mätröret. Detta värde är därför uteslutet vid beräkning av medelvärdet.

Tabell VI.

n	α_I	α	$\frac{\bar{\alpha}-\alpha}{n(\bar{\alpha}+\alpha)}$	$\alpha/\bar{\alpha}$	$1/S$
0	0,9906	0,9986	—	1,0000	0,00000
1	0,7865	0,7929	(0,115)	0,7940	0,00404
2	0,6468	0,6520	0,105	0,6529	0,00808
3	0,5307	0,5350	0,101	0,5358	0,0121
4	0,411	0,414	0,103	0,415	0,0162
5	0,313	0,316	0,104	0,316	0,0202
6	0,236	0,238	0,103	0,238	0,0242
7	0,165	0,166	0,102	0,166	0,0283

Medelvärde 0,103

Vi erhålla enligt ekv. (72)

$$\frac{\bar{\alpha}-\alpha}{\bar{\alpha}+\alpha} S = \frac{181 \,.\, 4}{\pi (0{,}9650)^2} \cdot 0{,}103 = 25{,}5. \qquad (73)$$

Enligt den å sid. 76 och 77 angivna metoden med successiv approximation finna vi då med hjälp av fig. 13:

För

$$y_3 = 25{,}5$$

blir

$$k_2 l'_0 = 0{,}0393,$$

$$k_1 l'_0 = 1{,}57178 \text{ och } k_1 = 0{,}04990.$$

Således

$$25{,}5 \frac{k_1}{k} = 26{,}7.$$

För

$$y_3 = 26{,}7$$

blir

$$k_2 l'_0 = 0{,}0375,$$

$$k_1 l'_0 = 1{,}57169 \text{ och } k_1 = 0{,}04990.$$

Slutliga värden bliva sålunda

$$k_1 = 0{,}04990 \text{ och } k_2 = 0{,}00119.$$

Värdet av 1/4 våglängd i kanalen erhålles ur

$$\lambda_1/4 = \frac{\pi}{2k_1} = 31{,}48 \text{ cm.}$$

Sedan värdet av k_1 och k_2 bestämts kunna enligt ekv. (64), (65), (66) och (67) den reflekterade vågens amplitud och fas beräknas för olika kanallängd l'. Denna beräkning har gjorts, och mätningar hava experimentellt utförts, när antalet kanaler var 4.

För $n = 4$ erhålles enligt ekv. (71)

$$S = \frac{181 \,.\, 4}{4\pi \,.\, (0{,}9650)^2} = 61{,}87.$$

Tabell VII.

l'	$l-x_0$	$e^{2\varkappa(l-x_0)}$	α_I	α	$\alpha/\bar{\alpha}$	$-\nu$	$\left\|\frac{B}{A}\right\|$	$\frac{\lambda\varphi}{720}$	$\Delta\alpha/\bar{\alpha}$	$\Delta\nu$
0,00	33,00	1,0081	0,9902	0,9982	1,0000	0,00	1,0000	0,00	0,0000	0,00
5,00	32,98	1,0081	0,9899	0,9979	0,9997	−0,07	1,0000	−0,08	+0,0003	−0,01
10,00	32,84	1,0080	0,9899	0,9978	0,9996	−0,16	0,9999	−0,18	+0,0003	−0,02
15,00	32,71	1,0080	0,9892	0,9971	0,9989	−0,29	0,9996	−0,30	+0,0007	−0,01
20,00	32,51	1,0079	0,9881	0,9959	0,9977	−0,49	0,9986	−0,50	+0,0009	−0,01
25,00	32,06	1,0078	0,9822	0,9899	0,9917	−0,94	0,9932	−0,96	+0,0015	−0,02
27,00	31,60	1,0077	0,9707	0,9782	0,9800	−1,40	0,9837	−1,40	+0,0037	0,00
28,00	31,23	1,0077	0,9558	0,9632	0,9649	−1,77	0,9716	−1,79	+0,0067	−0,02
29,00	30,62	1,0075	0,9200	0,9269	0,9286	−2,38	0,9434	−2,42	+0,0148	−0,04
30,00	29,48	1,0072	0,8214	0,8273	0,8288	−3,57	0,8599	−3,57	+0,0311	0,00
31,00	29,09	1,0071	0,5160	0,5197	0,5206	−3,91	0,5663	−4,46	+0,0457	−0,55
31,50	33,69	1,0082	0,407	0,410	0,411	+0,69	0,416	0,00	+0,005	−0,69
32,00	37,33	1,0091	0,5772	0,5824	0,5835	+4,33	0,5720	+4,08	−0,0115	−0,25
33,00	36,58	1,0089	0,8342	0,8416	0,8431	+3,58	0,8434	+3,32	+0,0003	−0,26
34,00	35,47	1,0087	0,9159	0,9239	0,9256	+2,47	0,9266	+2,80	+0,0010	−0,17
35,00	34,87	1,0085	0,9480	0,9561	0,9578	+1,87	0,9575	+1,71	−0,0003	−0,16
36,00	34,47	1,0084	0,9634	0,9715	0,9733	+1,47	0,9720	+1,35	−0,0013	−0,12
37,00	34,27	1,0083	0,9710	0,9791	0,9809	+1,27	0,9798	+1,11	−0,0011	−0,16

I tabell VII äro införda de beräknade och de experimentellt funna resultaten. Kanallängden l' och det till 16°,3 reducerade värdet av $l - x_0$ äro mätta i cm. Värdet på $\varkappa$ är som förut 0,000122. $\alpha/\bar{\alpha}$ är det på ovan angivet sätt experimentellt funna värdet och $\left|\frac{B}{A}\right|$ det enligt ekv. (64) beräknade värdet på väggens reflexionsförmåga. $\Delta\alpha/\bar{\alpha}$ är skillnaden mellan det beräknade och det experimentellt funna värdet. Vidare är $-\nu$ den enligt ekv. (56) funna fasdifferensen mellan den reflekterade och den infallande vågen — mätt genom förskjutningen i cm. av min. I, och $\frac{\lambda\varphi}{720}$ är den i samma enhet uttryckta enligt ekv. (65), (66) och (67) beräknade fasdifferensen. $\Delta\nu$ är skillnaden mellan den beräknade och den funna fasdifferensen.

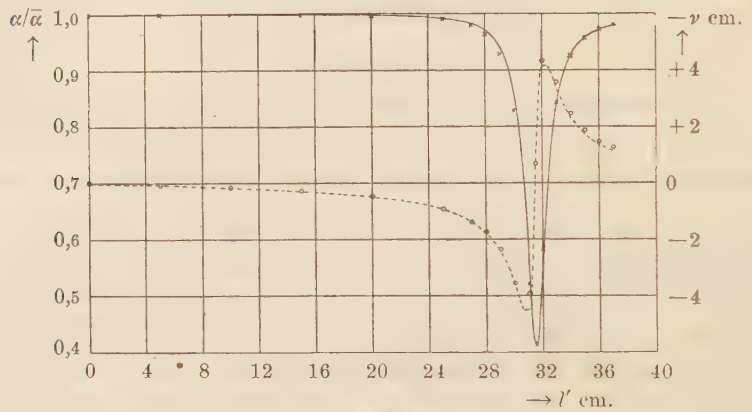


Fig. 14.

I fig. 14 återgivas resultaten grafiskt. Som abskissa är avsatt kanallängden l' och som ordinata reflexionsförmågan $\alpha/\bar{\alpha}$ (till vänster) och fasdifferensen $-\nu$ (till höger). För reflexionsförmågan äro de experimentellt funna värdena $\alpha/\bar{\alpha}$ utmärkta genom små kors och de beräknade $\left|\frac{B}{A}\right|$ genom den heldragna kurvan. För fasdifferensen återgivas de funna värdena $-\nu$ genom små cirklar och de beräknade $\frac{\lambda\varphi}{720}$ genom den streckade kurvan.

2. *Kanaldiameter:* 0,2497 *cm.* Kanallängden l'_0, för vilken fasen φ blev noll, befanns vara 30,35 cm. Tabell VIII återger resultaten, när kanallängden hade detta värde, men antalet kanaler varierades. Tabellen är uppställd på samma sätt som tabell VI.

Tabell VIII.

n	α_I	α	$\frac{\bar{\alpha}-\alpha}{n(\bar{\alpha}+\alpha)}$	$\alpha/\bar{\alpha}$	$1/S$
0	0,9863	0,9943	—	1,0000	0,00000
15	0,9376	0,9452	0,00169	0,9506	0,00406
30	0,8900	0,8972	0,00171	0,9023	0,00812
59	0,8056	0,8121	0,00171	0,8168	0,0160
83	0,7435	0,7495	0,00169	0,7538	0,0225
107	0,6883	0,6939	0,00166	0,6979	0,0289
135	0,6259	0,6310	0,00166	0,6346	0,0365
163	0,5640	0,5686	0,00167	0,5719	0,0441
185	0,5154	0,5196	0,00169	0,5226	0,0500
			Medelvärde 0,00169		

Vi erhålla då

$$\frac{\bar{\alpha}-\alpha}{\bar{\alpha}+\alpha} S = \frac{181 \,.\, 4}{\pi \,.\, (0{,}2497)^2} \cdot 0{,}00169 = 6{,}23. \quad (74)$$

Beräknas k_1 och k_2 på samma sätt som förut genom successiv approximation, finner man

$$k_1 = 0{,}05221 \text{ och } k_2 = 0{,}00482.$$

Som värde på 1/4 våglängd i kanalen erhålles

$$\lambda_1/4 = 30{,}09 \text{ cm.}$$

Mätningar och beräkningar för olika kanallängd utfördes sedan, när antalet kanaler var 185. Då är

$$S = \frac{181 \,.\, 4}{185 \,.\, \pi\,(0{,}2497)^2} = 19{,}98.$$

Tabell IX och fig. 15 återgiva de funna och de beräknade resultaten. Beteckningarna äro desamma som i förra fallet.

Tabell IX.

l'	$l-x_0$	$e^{2\varkappa(l-x_0)}$	α_I	α	$\alpha/\bar{\alpha}$	$-v$	$\left\|\frac{B}{A}\right\|$	$\frac{\lambda\varphi}{720}$	$\Delta\alpha$	Δv
0,00	33,00	1,0081	0,9872	0,9952	1,0000	0,00	1,0000	0,00	0,0000	0,00
5,00	32,75	1,0080	0,9869	0,9948	0,9996	−0,25	0,9999	−0,26	+0,0003	−0,01
10,00	32,45	1,0079	0,9846	0,9924	0,9972	−0,55	0,9990	−0,55	+0,0018	0,00
15,05	32,05	1,0078	0,9777	0,9853	0,9901	−0,95	0,9953	−0,95	+0,0052	0,00
20,10	31,35	1,0077	0,9563	0,9637	0,9683	−1,65	0,9801	−1,62	+0,0118	+0,03
24,15	30,35	1,0074	0,8937	0,9003	0,9046	−2,65	0,9272	−2,67	+0,0226	−0,02
26,06	29,70	1,0073	0,8107	0,8166	0,8205	−3,30	0,8518	−3,44	+0,0313	−0,14
28,08	29,40	1,0072	0,6487	0,6534	0,6566	−3,60	0,6811	−3,88	+0,0245	−0,28
29,10	30,45	1,0074	0,5565	0,5602	0,5629	−2,55	0,5726	−2,94	+0,0097	−0,39
30,13	32,70	1,0080	0,5163	0,5204	0,5229	−0,30	0,5218	−0,56	−0,0011	−0,26
31,13	34,75	1,0085	0,5630	0,5678	0,5705	+1,75	0,5671	+1,62	−0,0034	−0,13
32,12	35,70	1,0087	0,6463	0,6519	0,6550	+2,70	0,6519	+2,55	−0,0031	−0,15
34,20	35,65	1,0087	0,7856	0,7924	0,7962	+2,65	0,7944	+2,54	−0,0018	−0,11
36,20	35,10	1,0086	0,8521	0,8594	0,8635	+2,10	0,8669	+2,08	+0,0034	−0,02

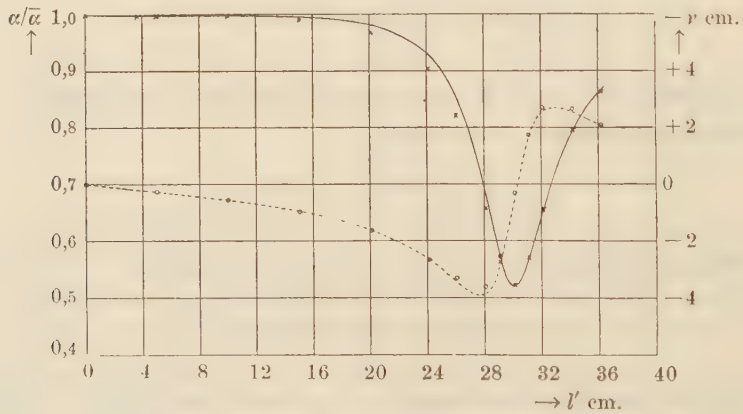


Fig. 15.

3. *Kanaldiameter:* 0,1452 *cm.* Fasen φ blev noll för kanallängden $l'_0 = 28{,}00$ cm. Tabell X innehåller de erhållna resul-

taten för denna kanallängd och olika antal kanaler. Uppställningen är densamma som i tabellerna VI och VIII.

Tabell X.

n	α_I	α	$\frac{\bar{\alpha}-\alpha}{n(\alpha+\alpha)}$	$\alpha/\bar{\alpha}$	$1/S$
0	0,9836	0,9916	—	1,0000	0,0000
116	0,9165	0,9239	0,000305	0,9317	0,0106
201	0,8719	0,8790	0,000299	0,8864	0,0184
295	0,8245	0,8312	0,000298	0,8382	0,0270
389	0,7819	0,7882	0,000294	0,7949	0,0356
499	0,7389	0,7398	0,000291	0,7461	0,0457
609	0,6861	0,6917	0,000293	0,6976	0,0557
697	0,6507	0,6560	0,000292	0,6616	0,0638
			Medelvärde 0,000296		

Vi erhålla då

$$\frac{\bar{\alpha}-\alpha}{\bar{\alpha}+\alpha}S = \frac{181.4}{\pi(0{,}1452)^2}\cdot 0{,}000296 = 3{,}24. \qquad (75)$$

Genom successiv approximation erhållas på samma sätt som förut värdena

$$k_1 = 0{,}05759 \text{ och } k_2 = 0{,}00908.$$

Värdet av 1/4 våglängd i kanalen blir för denna kanaldiameter

$$\lambda_1/4 = 27{,}27 \text{ cm.}$$

Experimentella mätningar och teoretiska beräkningar av reflexionsförmågan och fasdifferensen äro gjorda, när antalet kanaler är 697. För $n = 697$ erhålles

$$S = \frac{181.4}{697\,.\,\pi(0{,}1452)^2} = 15{,}69.$$

I tabell XI och fig. 16, där beteckningarna äro desamma som förut, återfinnas resultaten.

Tabell XI.

l'	$l-x_0$	$e^{2\varkappa(l-x_0)}$	α_I	α	$\alpha/\bar{\alpha}$	$-\nu$	$\left\|\frac{B}{A}\right\|$	$\frac{\lambda\varphi}{720}$	$\Delta\alpha$	$\Delta\nu$
0,00	33,00	1,0080	0,9850	0,9929	1,0000	0,00	1,0000	0,00	0,0000	0,00
4,75	32,70	1,0080	0,9815	0,9894	0,9965	−0,30	0,9998	−0,31	+0,0033	−0,01
9,75	32,30	1,0079	0,9734	0,9811	0,9881	−0,70	0,9975	−0,69	+0,0094	+0,01
14,75	31,70	1,0077	0,9543	0,9616	0,9685	−1,30	0,9871	−1,28	+0,0186	+0,07
19,75	30,95	1,0076	0,8940	0,9008	0,9072	−2,05	0,9418	−2,12	+0,0346	−0,07
21,80	30,60	1,0075	0,8416	0,8479	0,8540	−2,40	0,8896	−2,60	+0,0356	−0,20
23,80	30,50	1,0074	0,7625	0,7681	0,7736	−2,50	0,7992	−2,88	+0,0256	−0,38
25,80	31,10	1,0076	0,6752	0,6803	0,6852	−1,90	0,6873	−2,17	+0,0021	−0,27
26,80	31,90	1,0078	0,6470	0,6520	0,6567	−1,10	0,6550	−1,24	−0,0017	−0,14
27,80	32,80	1,0080	0,6459	0,6511	0,6558	−0,20	0,6544	−0,19	−0,0014	+0,01
29,80	34,30	1,0084	0,7154	0,7214	0,7266	+1,30	0,7187	+1,14	−0,0079	−0,16
31,80	34,55	1,0084	0,7910	0,7976	0,8033	+1,55	0,7925	+1,44	−0,0108	−0,11
33,80	34,40	1,0084	0,8407	0,8478	0,8539	+1,40	0,8451	+1,36	−0,0088	−0,04

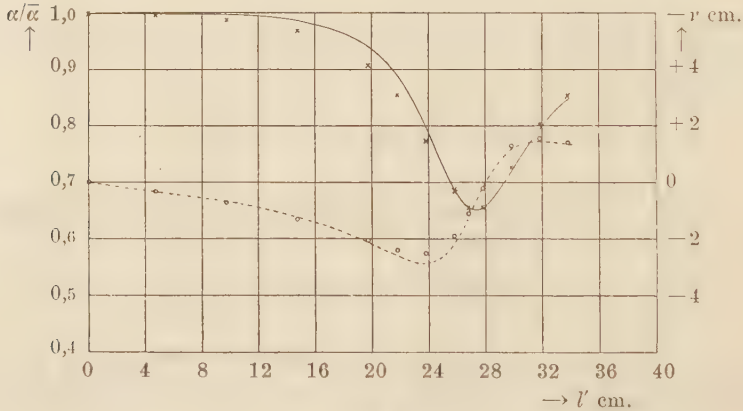


Fig. 16.

För att åskådliggöra hur reflexionsförmågan — för den kanallängd l'_0, som gör fasdifferensen $\varphi = 0$ — ändras med perfore-

ringsgraden för olika kanaldiameter äro i tabellerna VI, VIII och X även värdena av $\alpha/\bar{\alpha}$ och $1/S$ beräknade för olika antal kanaler. I fig. 17 återgives grafiskt reflexionsförmågan α/α som funktion av perforeringsgraden $1/S$ för olika kanaldiameter $2r$. De små cirklarna utmärka de i tabellerna återgivna, experimentellt funna värdena, de heldragna kurvorna de enligt ekv. (73), (74) och (75) beräknade. Reflexionsförmågans avtagande, när perforeringsgraden ökas, sker hastigare, ju större kanaldiametern är.

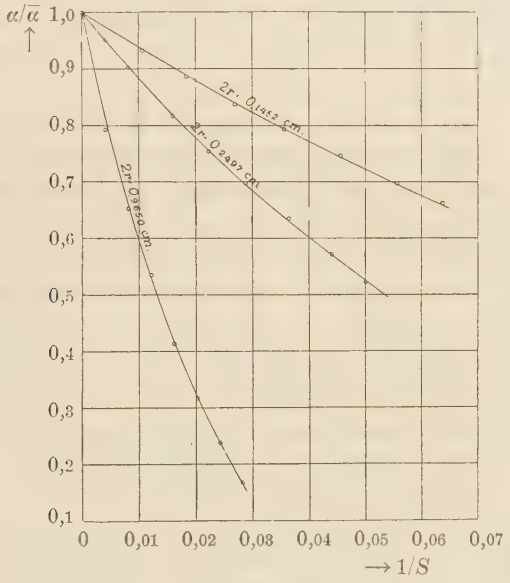


Fig. 17.

Som synes av tabellerna och figurerna, råder mellan de teoretiska och de experimentellt funna resultaten en god överensstämmelse. Dock förekommer en systematisk avvikelse, när kanallängden är något mindre än $\lambda_1/4$. De experimentellt funna värdena på såväl den reflekterade vågens amplitud som dess fasförskjutning äro då mindre än de teoretiskt beräknade. De övriga avvikelserna måste anses som små, då man betänker, att den perforerade väggen ej var så idealisk, som teorien förutsätter. Dels bildades lätt vid stavarnas förskjutning i kanalerna paraffinspån, som kunde verka störande på svängningarna, dels var ka-

nalernas botten ej fullkomligt sluten, eftersom stavarnas diameter var något mindre än hålens. Huruvida den ovannämnda systematiska avvikelsen även kan förklaras härmed, eller om de i teorien gjorda antagandena ej äro fullt riktiga, torde ej kunna avgöras med tillhjälp av det föreliggande observationsmaterialet. Man kan misstänka, att vid luftens strömning ut och in genom kanalmynningarna virvlar uppkomma, varigenom förhållandena ej bliva så enkla som teorien förutsätter. För att utröna detta gjorde jag även en serie mätningar, sedan mynningarna gjorts trattformiga genom att deras kanter avslipats. Någon härigenom åstadkommen förändring hos den reflekterade vågen kunde dock ej iakttagas.

Vi vilja nu se, hur de experimentellt funna värdena på k_1 och k_2 överensstämma med KIRCHHOFF's och Lord RAYLEIGH's teorier.

Införes i KIRCHHOFF's å sid. 13 anförda formel

$$k' = k_1 - ik_2 \quad \text{och} \quad \frac{n}{a} = k,$$

erhålles

$$k_1 - ik_2 = k\left[1 + \frac{\gamma'(1-i)}{r\sqrt{2n}}\right].$$

Sättas de reella resp. imaginära delarna i båda membra lika, blir

$$k_1 = k\left(1 + \frac{\gamma'}{r\sqrt{2n}}\right), \tag{76}$$

$$k_2 = k\frac{\gamma'}{r\sqrt{2n}}. \tag{77}$$

Alltså

$$k_1 - k = k_2.$$

Enligt Lord RAYLEIGH's antaganden är (ekv. (8), sid. 14)

$$k_1^2 - k^2 = k_2^2. \tag{78}$$

Tabell XII.

$2r$ cm.	k_1	k_2	$k_1 - k$	$k_1^2 - k^2$	k_2^2	k_1 (ber.)	k_2 (ber.)
0,9650	0,04990	0,00119	0,00230	0,0002243	0,0000014	0,04864	0,00104
0,2497	0,05221	0,00482	0,00461	0,0004601	0,0000232	0,05161	0,00401
0,1452	0,05759	0,00908	0,00999	0,001051	0,0000824	0,05450	0,00690

Tabell XII innehåller de för olika kanaldiametrar $2r$ funna värdena på k_1 och k_2, de därur beräknade värdena på $k_1 - k$ ($k = 0{,}04760$), $k_1^2 - k^2$ och k_2^2. I de båda sista kolumnerna äro införda de enligt ekv. (76) och (77) beräknade värdena på k_1 och k_2. Som värde på γ' är använt det av Schulze[1] angivna 0,006 (meter och sekund som enhet) och som n-värde $2\pi \cdot 258{,}6$. Av tabellen framgår, att Lord Rayleigh's villkor ekv. (78) ej alls stämmer med de experimentellt funna resultaten. Överensstämmelsen med Kirchhoff's formel är vida bättre. Resultaten här liksom vid förut gjorda mätningar (se sid. 26) fordra dock ett större värde på konstanten γ' än det teoretiskt beräknade. Jag ingår ej på någon närmare diskussion av denna fråga, som ligger på sidan om de här utförda försöken. Dock torde den här beskrivna apparaturen vara lämplig för en undersökning över ljudets hastighet i rör. Kanalerna, som då knappast torde kunna göras av paraffin, borde göras så långa, att flera värden (ung. $\lambda_1/4$, $2\lambda_1/4$, $3\lambda_1/4$ o. s. v.) på den kanallängd, för vilken fasen φ blir lika med noll, kunde bestämmas. Därigenom skulle den mynningskorrektion, varmed den uppmätta kanallängden eventuellt bör ökas, bortelimineras.

[1] F. A. Schulze, Ann. d. Phys. *13*, 1060. 1904.

SAMMANFATTNING.

En metod att bestämma ett ämnes reflexionsförmåga för ljudvågor har utarbetats.

För att isolera den ljudvåg, som skulle studeras, valdes som observationsrum ett resonansrör, där botten utgjordes av det ämne, vars reflexionsförmåga skulle mätas. Genom en ljudkälla vid resonansrörets öppna ände uppväcktes i detta en stående vågrörelse.

Som ljudkälla användes en stämgaffel (258,6 dubbelsvängningar per sekund) med resonanslåda. Stämgaffeln sattes i tvungna svängningar genom att genom dess spole sända dels en växelström av samma frekvens som stämgaffeln, dels en likström, vardera på 1 amp. Växelströmmen erhölls från ett generatorrör med »Selbsterregung». Stämgaffeln gick då konstant under godtyckligt lång tid.

För att undersöka tryckvariationerna i resonansröret konstruerades en ljudkänslig membran med variabel egenfrekvens. Membranen förbands genom en rörledning av variabel längd med den punkt i rummet, där tryckvariationerna skulle studeras. I denna rörledning uppkom en stående våg, vars intensitet berodde på rörlängden. Vid undersökning av membranen befanns det, att dess amplitud var proportionell mot ljudkällans, men fasdifferensen mellan ljudkälla och membran ändrades något med amplituden.

Genom att använda tvenne sådana membraner, av vilka den ena tjänade att giva en standardsvängning, erhöllos Lissajoussvängningar (ellipser). Ur dessa kunde bestämmas dels läget av ett minimum hos tryckvariationerna i resonansröret, dels fasdifferensen mellan tryckvariationerna i tvenne punkter, symmetriskt belägna på ömse sidor om ett minimum. Härvid bortelimineras

fasens ovannämnda beroende av amplituden. Ur denna fasdifferens kunde förhållandet α_I mellan den reflekterade och den infallande vågens amplituder i detta minimum beräknas. Genom att undersöka tre sådana minima konstaterades, att vågen under sitt fortskridande i röret dämpas exponentiellt, och dämpningen kunde bestämmas. Sedan denna var känd, kunde bottens reflexionsförmåga α beräknas ur α_I. Ur avståndet från resonansrörets botten till närmaste minimum kunde fasdifferensen mellan den reflekterade och den infallande vågen bestämmas.

Genom att innesluta ljudkällan och membranerna i ljudisolerande lådor skyddades membranerna från utifrån kommande ljudvågor. Belastning av resonansröret och rörledningarna till membranerna förebyggde skakningar, som kunde åstadkomma extra ljudvågor i membranledningarna.

Med denna metod bestämdes reflexionsförmågan hos en platta och hos en perforerad vägg.

Resultaten för en platta blevo — i överensstämmelse med teorien —, att en fast platta av icke poröst material är nästan totalreflekterande. Reflexionsförmågan minskas, om plattan genom ljudvågen försättes i transversella medsvängningar, eller om framför densamma lägges ett skikt av poröst material, t. ex. flanell.

Resultaten vid en perforerad vägg äro de mest intressanta, då här en teoretisk beräkning av reflexionsförmågan har varit möjlig. Om man rättar det misstag, som Lord Rayleigh har begått vid beräkningen av förtätningen i kanalerna, och ej såsom han antager någon särskild relation mellan våglängden och dämpningen i kanalerna samt våglängden i resonansröret utan väljer de två förra så, att de experimentella och de teoretiska kurvorna för väggens reflexionsförmåga och för fasdifferensen mellan den reflekterade och den infallande vågen sammanfalla för den längd på kanalerna, som ger fasdifferensen noll, erhålles en god överensstämmelse mellan teori och experiment.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING.

Sid.

Inledning 1

Historik.

A. Teoretisk del 4
B. Experimentell del 17

Problemställning 27

Apparaterna.

A. Ljudkällan 41
B. Mottagningsapparaten. En ny ljudkänslig membran med variabel egenfrekvens 45
C. Resonansröret 49
D. Arbetsrummet och apparatuppställningen 51

Mätmetoden och förförsök.

A. Uppmätning av fasdifferensen mellan tryckvariationerna i tvenne punkter på ömse sidor om ett minimum . . 55
B. Bestämning av α_{I}, α_{II} och α_{III}, läget av min. I, II och III samt våglängden 56
C. Bestämning av vågens dämpning, bottens reflexionsförmåga och fasförlusten vid reflexionen 60
D. Systematiska fel 62
E. Felberäkning 64

Försök 68
A. Reflexion mot en platta 69
B. Reflexion mot en perforerad vägg 70

Sammanfattning 90